

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Centro Tecnológico

Pós MCI - Programa de Pós-graduação em Metrologia Científica e Industrial

Sediado no: Labmetro – Laboratório de Metrologia e Automação
 Departamento de Engenharia Mecânica

***“Caracterização de Constantes Elásticas de Materiais
Isotrópicos por Holografia Óptica Eletrônica combinada ao
Método de Ressonância Mecânica”***

Dissertação submetida à: Universidade Federal de Santa Catarina para a
 obtenção do Grau de Mestre em Engenharia

Ricardo Suterio

Florianópolis, 23 de Dezembro de 1998

**“Caracterização de Constantes Elásticas de Materiais
Isotrópicos por Holografia Óptica Eletrônica combinada ao
Método de Ressonância Mecânica”**

Ricardo Suterio

Especialidade: Metrologia Científica e Industrial

Esta dissertação foi julgada para obtenção do título de Mestre em Engenharia aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Metrologia Científica e Industrial.



Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.

ORIENTADOR



Prof. Armando Albertazzi Gonçalves Jr., Dr. Eng.

COORDENADOR DO CURSO DE MESTRADO EM METROLOGIA INDUSTRIAL E CIENTÍFICA

Banca Examinadora:



Prof. Carlos Alberto Schneider, Dr. Ing.



Prof. Marco Antônio Martins Cavaco, Ph. D.



Prof. Pedro A. Nannetti Bernardini, Dr. Eng.

“Excelência é uma habilidade conquistada através de treinamento e prática. Nós somos aquilo que fazemos repetidamente. Excelência então, não é um ato, mas um hábito.”

Aristóteles, 384-322 a.C.

*Este trabalho é dedicado exclusivamente às
cinco pessoas mais importantes da minha vida !*

- Minha Família: Elaine, Dalila e Natália

- Meus Pais: Olézia e Oswaldo

Agradecimentos

- Ao maior **MESTRE** de todos os mestres, **PAI** e criador de todas as coisas, pois sem ele nada seria possível - "**DEUS**".
- Ao INPE – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, pela a oportunidade de realizar um programa externo de mestrado.
- À UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina, por proporcionar uma ótima infra-estrutura e corpo docente, dignos das melhores escolas.
- À CAPES pelo financiamento e incentivo ao Programa de Mestrado de Metrologia Científica e Industrial da UFSC.
- Aos meus pais que sempre acreditaram em mim e muitas vezes renunciaram seus sonhos para que os meus, se tornassem realidade.
- À Elaine, esposa, companheira, paciente nas horas difíceis e mãe dedicada, que esta sempre presente nas minhas principais conquistas.
- À Dalila e Natália, que tão generosas ao me ofertarem olhares e sorrisos, foram capazes de me proporcionar forte incentivo para que eu nunca desistisse do meu objetivo maior: um futuro feliz para elas !
- A todos os familiares e amigos que sempre torceram pelo sucesso desta conquista.
- Aos colegas do Labmetro - Laboratório de Metrologia e Automatização, que juntos unidos por um mesmo objetivo, apoiaram e incentivaram a realização deste trabalho.
- Em especial ao Orientador e Professor Armando Albertazzi Gonçalves Jr., pelo apoio, dedicação, incentivo e amizade, durante estes meses de convívio.
- A todos que direta ou indiretamente contribuíram para o sucesso deste trabalho.

Resumo

“Caracterização de Constantes Elásticas de Materiais isotrópicos por Holografia Óptica Eletrônica combinada ao Método de Ressonância Mecânica”

Nesta dissertação apresenta-se uma técnica para medir constantes elásticas de materiais isotrópicos é estudada e analisada. A geometria, massa e frequências de ressonância (na flexão e na torção dinâmica), de uma viga de seção transversal retangular, são usadas para determinar as características elásticas de materiais isotrópicos pela norma ASTM C1198-91. Através da medição de amplitude de vibração da superfície da viga no primeiro modo de ressonância à flexão, pode-se caracterizar as mesmas propriedades elásticas do material, obtendo-se o módulo de elasticidade da mesma forma recomendada pela norma e o coeficiente de Poisson, através de imagens obtidas por holografia óptica eletrônica – ESPI (Electronic Speckle Pattern Interferometry), com “iluminação estroboscópica”. Um mapa de franjas associado ao campo de deslocamento é medido onde, através de processamento digital da imagem extraem-se informações para a quantificação do coeficiente de Poisson. Estes dados são analisados por um modelo matemático implementado através de três diferentes algoritmos, baseados na equação dada por Timoshenko que descreve o campo de deslocamentos fora do plano de uma viga sob flexão pura. Embora sendo um modelo para vigas submetidas à flexão pura na condição estática, mostra-se eficiente para determinar o coeficiente de Poisson na condição dinâmica. Para estimar a incerteza trazida por influências na sintonia da frequência de ressonância, posicionamento dos apoios da barra durante a vibração e espessura do objeto, vários ensaios repetitivos foram realizados. Diferentes corpos de provas e diferentes materiais foram ensaiados, primeiramente utilizando-se do procedimento recomendado pela norma e posteriormente pelo procedimento proposto neste trabalho. O procedimento descrito na norma foi utilizado como referência para comparação dos resultados obtidos pela técnica estudada.

Palavras-chaves:

holografia, materiais, propriedades elásticas, vibrações, ressonância, ensaios mecânicos, medidas ópticas.

Abstract

“Constant Elastic Characterization of Isotropic Materials through Electronic Optical Holography combined to the Mechanical Resonance Method”

Several techniques have been used to measure elastic constants of isotropic materials. The ASTM C1198-91 standard can be used for determining both the Young modulus and Poisson's ratio. The geometry, mass and resonance frequencies (flexural and torsional) of a beam with rectangular cross section have to be accurately measured in order to determine these elastic parameters. An alternative technique to measure elastic constants of isotropic materials is discussed and analyzed in this master dissertation. The vibration amplitude field of the beam in the first flexural resonance mode is measured using ESPI – Electronic Speckle Pattern Interferometry – with stroboscopic illumination. In order to determine the Poisson's ratio a fringes map associated to the displacement field is measured through the digital processing of the image. The static model for pure bending (Timoshenko solution) is fitted to the measured data through three different algorithms. This model is shown efficient to determine the Poisson's ratio in the dynamic condition. Some factors like frequency tuning of the resonance frequency, the positioning of the supporting points of the beam during vibration and the thickness of the specimen have some influences on the results' accuracy and are investigated. In order to do it, several measurement tests were repeated for different specimens with different materials and geometry. The values obtained through the ASTM C1198-91 standard were used as reference to estimate the overall accuracy of the developed technique.

Key-words:

holography, materials, elastic properties, vibration, resonance, mechanical tests, optics measurements.

Sumário

AGRADECIMENTOS	V
RESUMO	VI
ABSTRACT	VII
SUMÁRIO.....	VIII
1 APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	1
1.1 ANTECEDENTES	1
1.2 MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVAS	2
1.3 OBJETIVOS DO TRABALHO	2
1.4 METODOLOGIA.....	2
1.5 ESTRUTURA DE APRESENTAÇÃO DO TRABALHO.....	3
2 PROPRIEDADES MECÂNICAS DE MATERIAIS ISOTRÓPICOS	5
2.1 O MÓDULO DE ELASTICIDADE E O COEFICIENTE DE POISSON.....	6
2.2 FATORES QUE AFETAM AS CONSTANTES ELÁSTICAS	8
3 DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES ELÁSTICAS DE MATERIAIS	10
3.1 ANÁLISE COMPARATIVA.....	10
3.2 O MÉTODO PROPOSTO.....	13
3.3 O MODELO PARA FLEXÃO PURA	14
3.3.1 <i>Formulação Matemática</i>	15
3.4 DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES ELÁSTICAS DE MATERIAIS SEGUNDO A NORMA ASTM C1198-91	17
3.4.1 <i>Formulação Matemática</i>	19
3.4.2 <i>Análise de Incertezas</i>	21
4 MEDIÇÃO DE VIBRAÇÕES ATRAVÉS DA HOLOGRAFIA ÓPTICA ELETRÔNICA.....	23
4.1 PRINCÍPIOS DA HOLOGRAFIA ÓPTICA ELETRÔNICA	23
4.1.1 <i>O Speckle</i>	24
4.1.2 <i>A Formação das Franjas</i>	24
4.1.3 <i>Iluminação Simples e Sensibilidade</i>	26
4.1.4 <i>Processamento de Imagens</i>	29
4.1.5 <i>Deslocamento de Fase</i>	30
4.1.6 <i>Quantificação do Deslocamento</i>	31

4.2	MEDIÇÃO DE VIBRAÇÃO PELA MÉDIA TEMPORAL – “TIME AVERAGE”	31
4.2.1	<i>Quantificação de Amplitudes de Vibração</i>	34
4.2.2	<i>Visualização de Amplitudes de Vibração</i>	35
4.3	MEDIÇÃO DE VIBRAÇÃO POR ILUMINAÇÃO ESTROBOSCÓPICA	35
4.3.1	<i>Quantificação de Amplitudes de Vibração</i>	36
4.3.2	<i>Visualização de Amplitudes de Vibração</i>	36
5	COMBINAÇÃO DA HOLOGRAFIA ÓPTICA ELETRÔNICA COM O MÉTODO DE RESSONÂNCIA MECÂNICA	37
5.1	DETERMINAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE	37
5.1.1	<i>Estimativa da Incerteza do Módulo de Elasticidade</i>	37
5.2	DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE POISSON	37
5.2.1	<i>Localização do centro</i>	38
5.2.2	<i>Determinação do coeficiente de Poisson pela Inclinação das Assíntotas (Algoritmo “X”)</i>	40
5.2.3	<i>Determinação do coeficiente de Poisson pela Razão entre as Segundas Derivadas (Algoritmo “C2”)</i>	44
5.2.4	<i>Determinação do coeficiente de Poisson pela Equação do Campo de Amplitudes de Deslocamentos (Algoritmo “T”)</i>	48
5.2.5	<i>Determinação do Módulo de Torção</i>	51
6	AVALIAÇÃO DOS ALGORITMOS DESENVOLVIDOS ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA	52
6.1	MODELO MATEMÁTICO DE SIMULAÇÃO	53
6.2	IMAGEM PURA	54
6.3	IMAGEM COM RUÍDO ÓPTICO	55
6.4	IMAGEM COM RUÍDO ÓPTICO E DESLOCAMENTO CONSTANTE	56
6.5	IMAGEM COM RUÍDO ÓPTICO, DESLOCAMENTO CONSTANTE E INCLINAÇÃO EM “X” DO PLANO	57
6.6	IMAGEM COM RUÍDO ÓPTICO, DESLOCAMENTO CONSTANTE E INCLINAÇÃO EM “Y” DO PLANO	59
6.7	IMAGEM COM RUÍDO ÓPTICO, DESLOCAMENTO CONSTANTE E INCLINAÇÃO EM “X” E “Y” DO PLANO	60
6.8	DISCUSSÃO	62
7	AVALIAÇÃO EXPERIMENTAL	68
7.1	CORPOS DE PROVA	68
7.2	BANCADA EXPERIMENTAL	69
7.2.1	<i>Procedimento Básico de Medição</i>	71
7.3	FATORES QUE INFLUENCIAM NA QUANTIFICAÇÃO DO COEFICIENTE DE POISSON	74
7.3.1	<i>Influência do Modelo de Flexão Pura em Comparação ao Modelo Dinâmico de Placas</i>	76
7.3.2	<i>Influência da Amplitude de Vibração</i>	80
7.3.3	<i>Influência da Largura do Pulso do Laser</i>	81

7.3.4	<i>Influência do Sincronismo em Fase da Iluminação com o Movimento do Corpo de Prova na Ressonância</i>	85
7.3.5	<i>Influência da Distância dos Apoios do Corpo de Prova</i>	87
7.3.6	<i>Influência da Sintonia da Frequência de Ressonância</i>	90
7.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CÁLCULO DE INCERTEZAS.....	92
7.5	RESULTADOS DE MEDIÇÃO.....	94
8	CONCLUSÕES.....	105

ANEXO A: CAMPO DE DESLOCAMENTO DE PLACAS SOB VIBRAÇÃO HARMÔNICA COM BORDAS LIVRES..... 109

A.1	EQUAÇÃO DIFERENCIAL DA PLACA.....	109
A.2	FUNÇÃO DE DESLOCAMENTO FORA DO PLANO DA PLACA.....	111

ANEXO B: REGRESSÃO LINEAR E INCERTEZAS PARA AJUSTE DE MODELOS..... 113

B.1	MODELOS DE AJUSTE DE REGRESSÃO.....	113
B.2	MODELO DE REGRESSÃO LINEAR.....	113
B.3	ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DE REGRESSÃO LINEAR.....	114
B.3.1	<i>Estimativa da Variância do Modelo de Regressão Linear</i>	115
B.3.2	<i>Estimativa da Incerteza do Modelo de Regressão Linear</i>	116
B.3.3	<i>Estimativa da Incerteza dos Coeficientes de Regressão</i>	116

9 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 117

1 Apresentação do Trabalho

Constantes elásticas de materiais são informações de grande interesse prático que viabilizam tanto a aplicação de equações e modelos analíticos, a problemas de pequena e média complexidade através de programas de análise numérica como elementos finitos e/ou elementos de contorno.

Encontra-se na literatura técnica especializada uma grande quantidade de valores tabelados para as propriedades elásticas de vários materiais típicos^[31]. Entretanto, pequenas alterações na composição do material, no seu processo de fabricação ou em função de tratamentos térmicos, podem levar a variações relativamente grandes nos valores das constantes elásticas. A precisa determinação destas constantes, especialmente o *Módulo de Elasticidade* e o *Coefficiente de Poisson*, geralmente envolvem equipamentos onerosos e procedimentos demorados.

1.1 Antecedentes

Dentre vários métodos utilizados para determinar as propriedades mecânicas dos materiais, pode-se ressaltar os métodos tradicionais mecânicos, “strain gages”, métodos dinâmicos de ressonância mecânica e os de velocidade ultra-sônica^{[31], [48]}.

Um grande número de métodos tem sido desenvolvido para medição de propriedades mecânicas de materiais. Recentes esforços têm sido direcionados para os métodos dinâmicos, por potencialmente apresentarem menores incertezas. Estes últimos utilizam informações associadas à geometria, massa e frequências de ressonância (à flexão e à torção), de uma viga de seção transversal retangular ou circular. A norma ASTM C1198-91 é uma das normas mais completas, chegando a padronizar o referido método para a caracterização das propriedades elásticas, também em função da temperatura^[2].

Métodos ópticos em particular, vêm assumindo um grande destaque por^{[11], [1], [49]}: (a) viabilizarem medições sem contato; (b) apresentarem resultados em todo o campo visualizado; (c) ser de implementação relativamente fácil com rapidez na realização dos ensaios e; (d) apresentarem níveis de incertezas compatíveis aos métodos tradicionais. Dentre estes métodos, destaca-se a técnica conhecida como

ESPI - "Electronic Speckle Pattern Interferometry", ou simplesmente *Holografia Óptica Eletrônica*.

A combinação de métodos dinâmicos com métodos ópticos para caracterização de constantes elásticas de materiais possui uma série de aspectos positivos que sugerem ser esta uma alternativa lógica e promissora.

1.2 Motivação e Justificativas

A disponibilidade de um método para caracterizar as constantes elásticas de materiais isotrópicos de simples aplicação e confiabilidade compatível com as necessidades práticas, é especialmente atrativo considerando o âmbito do programa PRONEX, ora em desenvolvimento no Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC, onde se busca o domínio da tecnologia de produção de peças sinterizadas por injeção.

Este método permitirá que um grande número de ensaios possa ser realizado em menores tempos e com menores custos, condição altamente desejável para que se possa avaliar o comportamento de novos materiais.

1.3 Objetivos do Trabalho

Desenvolver, implementar e avaliar metrologicamente procedimento baseado em frequência de ressonância mecânica associado à holografia eletrônica, na caracterização do *Módulo de Elasticidade* e do *Coefficiente de Poisson* de materiais isotrópicos.

1.4 Metodologia

O trabalho foi desenvolvido com a perspectiva que técnicas ópticas podem ser utilizadas como técnicas eficientes, rápidas e com confiabilidade metrológica. Primeiramente buscou-se encontrar um modelo elástico que relacionasse o campo de amplitudes de vibração com as constantes elásticas, onde o modelo de flexão pura dado por Timoshenko^[56] demonstrou ser simples e eficiente. A validação do modelo adotado para a condição dinâmica foi realizada através de comparação a um método de medição normalizado. Para a conclusão dos resultados, foi necessário o estudo detalhado das componentes de incertezas envolvidas, pois até o presente a

norma ASTM C1198-91 não traz informações sobre as incertezas de medição. Com a holografia o campo de deslocamento medido permite a análise de vários pontos na superfície da peça, desta forma as medições tinham que ser realizadas de forma rápida abrangendo o maior número destes pontos. Simulações numéricas demonstraram que os algoritmos desenvolvidos são capazes e eficientes na quantificação do coeficiente de Poisson. Através de simulação numérica e de experimentos controlados pode-se avaliar as contribuições de incertezas dos algoritmos.

O projeto dos corpos de prova foi um ponto marcante no trabalho, onde procurou-se garantir que um grupo de uma mesma família (mesmo material), tivesse as mesmas características geométricas recomendadas pela norma e ao mesmo tempo fosse homogêneo para garantir isotropia. Diferentes corpos de prova e diferentes materiais foram ensaiados, primeiramente utilizando-se o procedimento recomendado pela norma e posteriormente pelo procedimento proposto neste trabalho.

1.5 Estrutura de Apresentação do Trabalho

No segundo capítulo é apresentada uma revisão sobre as principais constantes elásticas de materiais isotrópicos, sendo também abordado alguns fatores que podem influenciar no seu comportamento.

O terceiro capítulo destaca alguns métodos para caracterizar as propriedades mecânicas de materiais e apresenta a formulação dos modelos utilizados neste trabalho. É apresentado também a formulação recomendada pela norma ASTM C1198-91 e um estudo para a estimativa da incerteza de medição.

Uma síntese dos princípios da holografia óptica eletrônica e o seu uso para medição de vibrações é apresentada no quarto capítulo.

O quinto capítulo combina o uso da holografia óptica eletrônica ao método de ressonância mecânica, apresentando os algoritmos desenvolvidos para quantificação do coeficiente de Poisson e determinação das incertezas.

O sexto capítulo apresenta a avaliação dos algoritmos desenvolvidos através de simulação numérica de imagens que representam um campo de amplitudes de deslocamento conhecido. Estas imagens são influenciadas por fatores, como ruído

óptico, translação e rotação, com objetivo de avaliar a robustez dos modelos.

A avaliação experimental, incluindo os corpos de provas ensaiados, a configuração da bancada experimental, os procedimentos básicos de medição e análise dos fatores experimentais que contribuem para as incertezas, são apresentados no sétimo capítulo. Ao final é apresentado o procedimento de cálculo de incertezas para os algoritmos desenvolvidos e os resultados das medições realizadas.

As conclusões e discussões gerais sobre o trabalho desenvolvido, considerando os objetivos iniciais e os resultados alcançados, encontram-se no oitavo capítulo. E finalmente, são apresentados os anexos que complementam alguns tópicos e as referências bibliográficas citadas ao longo do texto deste trabalho.

2 Propriedades Mecânicas de Materiais Isotrópicos

As respostas de um material em função de suas propriedades mecânicas são subdivididas basicamente em quatro áreas de estudo^[31].

- elasticidade.
- viscoelasticidade.
- plasticidade.
- viscoplasticidade.

Neste trabalho o estudo está focalizado na área da elasticidade na determinação do Módulo de Elasticidade e do Coeficiente de Poisson para materiais isotrópicos. Do ponto de vista macroscópico a maioria dos materiais são considerados isotrópicos e homogêneos, a literatura é abundante com dados sobre as constantes elásticas para esses materiais. Geralmente tais propriedades mecânicas podem ser selecionadas através de “Handbooks” tais como ASME - “Metal Handbook”, ASTM - “Index to Standards” e “Metal Progress - Data Book”^[31].

A importância das constantes elásticas está em mostrar o comportamento mecânico dos materiais para o propósito de projetos de engenharia. A escolha do material mais apropriado para uma aplicação particular requer conhecimento de suas propriedades mecânicas. O conhecimento das constantes elásticas são informações de grande interesse prático que viabilizam tanto aplicações de equações e modelos teóricos a problemas de pequena e média complexidade, quanto a simulações mais realistas em programas de análise numéricas de alta complexidade.

As constantes elásticas são aquelas que governam o comportamento de um material sujeito a tensões sobre uma região de deformação onde o material se comporta elasticamente. Quando um material está sujeito a uma tensão ele se deforma. O caminho do qual o material deforma sobre uma larga escala de tensão aplicada é mostrado na Figura 2-1.

Na região da curva delimitada por σ_e , a deformação responde linearmente. Se a tensão for reduzida, a deformação diminui reversivelmente e, removendo-se completamente a tensão, a deformação cai a zero e a peça retorna ao estado inicial

anterior à aplicação da tensão. Este fenômeno é conhecido como deformação elástica.

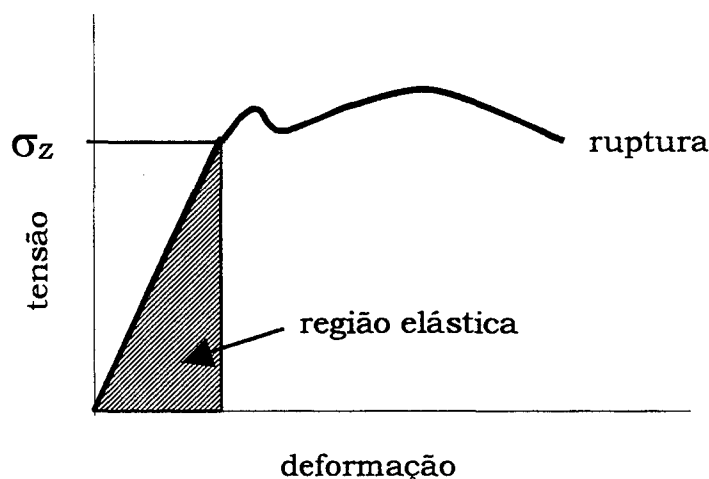


Figura 2-1 - Curva Tensão x Deformação ($\sigma \times \epsilon$)

Em um estado suficientemente alto de tensão, como por exemplo acima de σ_z , a deformação já não é simplesmente linear. Removendo-se ou reduzindo-se essa tensão elevada, não resulta numa deformação reversível; tendo-se como resultado uma deformação permanente. O material apresenta deformação plástica. Após um aumento ainda maior na tensão, o material atinge a ruptura. Este comportamento é típico de muitos sólidos, exceto aqueles que são excepcionalmente frágeis que se fraturam na região de comportamento elástico.

As constantes elásticas de um material têm sido determinadas através de: (a) métodos estáticos, baseados nas curvas de tensão x deformação, e (b) métodos dinâmicos, que se baseiam na medição de frequências de ressonâncias ou na medição de velocidades ultra-sônicas.

2.1 O Módulo de Elasticidade e o Coeficiente de Poisson

Entre as noções mais elementares de tensão de um material, o módulo de elasticidade ou módulo de Young (E), é o mais considerado por ser um dos parâmetros mais importante na engenharia de projetos^[48].^[10] O módulo de elasticidade é definido com sendo a constante de proporcionalidade entre a tensão e a deformação no regime elástico.

A Figura 2-2 (a), ilustra uma barra submetida a uma tensão uniaxial. A deformação é manifestada por um alongamento da barra na mesma direção da tensão aplicada; e por um decremento na sua largura. A mudança de comprimento dividida pelo comprimento inicial da haste ($\Delta l/l$), é definida como sendo a deformação média (ε) e esta é diretamente proporcional à tensão média aplicada. O Módulo de Elasticidade corresponde à inclinação da porção elástica da curva tensão x deformação apresentada na Figura 2-2 (b), podendo ser simplesmente conceituado como a quantidade de tensão (σ) requerida para produzir uma deformação elástica (ε), conhecida como lei de Hook, ou seja:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

(2-1)

Quanto maior a força de ligação atômica, maior a tensão requerida para aumentar o espaçamento interatômico, portanto, maior o módulo de elasticidade. Materiais cerâmicos com ligações iônicas fracas tem um módulo de elasticidade baixo^[48]. Por exemplo: o NaCl tem módulo de elasticidade em torno de 44,2 GPa. Materiais cerâmicos com ligações covalentes possuem um alto valor do módulo de elasticidade, como por exemplo no diamante, onde o módulo de elasticidade é da ordem de 1035 GPa.

Materiais Metálicos tem uma tendência similar. Metais com ligações fracas, como por exemplo o alumínio (da ordem de 69 GPa), e o magnésio, têm baixo módulo de elasticidade. Metais com ligação do tipo intermediária como as do ferro, caracterizam um módulo de elasticidade intermediário em torno de 200 GPa. Metais como o tungstênio e o molibdênio têm ligações fortes e apresentam elevados valores para o módulo de elasticidade.

O módulo de elasticidade é uma medida da rigidez de um material. Quanto maior o seu valor, menor será a deformação elástica resultante devido a aplicação de uma mesma tensão.

Além do alongamento que está na mesma direção da tensão aplicada, Figura 2-2, simultaneamente a barra se estreita na direção transversal. Essa mudança na dimensão perpendicular à direção da tensão aplicada é resultante da interação das componentes de deformação que são geradas dentro do material. O coeficiente de

Poisson (ν), é definido como sendo a relação entre a deformação elástica transversal pela deformação elástica longitudinal, ou seja:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z}$$

(2-2)

O sinal negativo, significa que enquanto o corpo se alonga do sentido longitudinal, ele se contrai no sentido transversal e vice e versa.

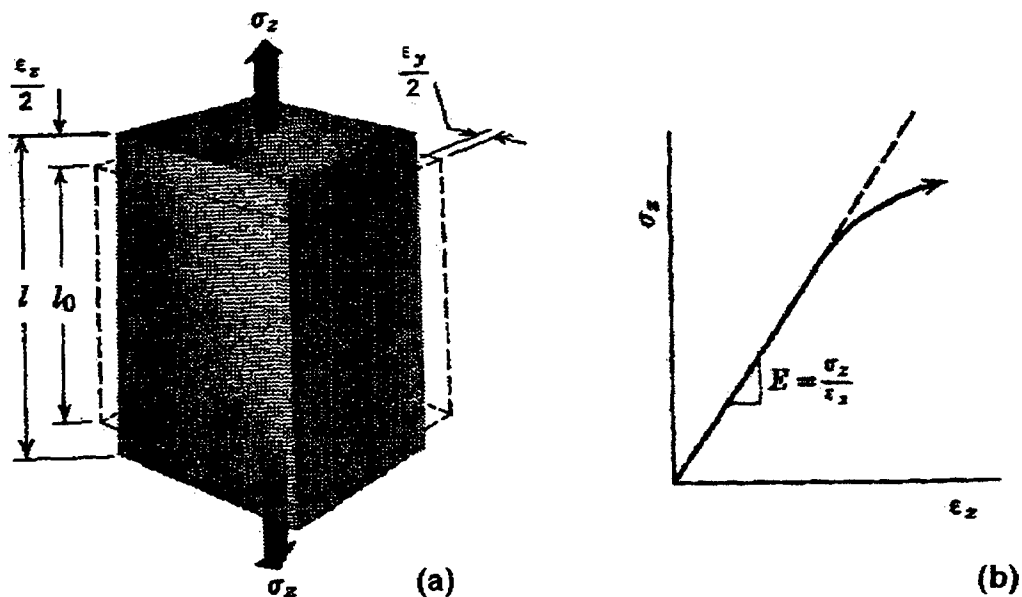


Figura 2-2 – Barra submetida à tensão uniaxial^[23]

(a) carregamento uniaxial (b) gráfico tensão deformação

Para o caso biaxial, onde tensões agem em mais de um eixo simultaneamente, por exemplo eixos "x" e "y", a relação tensão deformação para um material isotrópico, estão relacionadas através da expressão da lei de Hook biaxial^[14], ou seja:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} (\sigma_{xx} - \nu \sigma_{yy}) \quad \varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} (\sigma_{yy} - \nu \sigma_{xx})$$

(2-4)

2.2 Fatores que Afetam as Constantes Elásticas

Existem poucos materiais elasticamente isotrópicos, onde as deformações produzidas por uma tensão particular são independentes da direção de sua

aplicação. Vidro é uma exceção importante. Muitos materiais de engenharia são considerados como isotrópicos para o propósito de análises da deformação elástica.

Os principais fatores que afetam as constantes elásticas são:

- temperatura.
- composição das fases constituintes.
- porosidade.
- direção cristalográfica.

Quando ocorre um aumento na temperatura de materiais, observa-se uma leve diminuição do módulo de elasticidade, isto é resultado de um aumento no espaçamento interatômico devido a expansão térmica.

Muitos materiais encontrados na engenharia possuem mais do que uma composição ou fase e tem um módulo de elasticidade intermediário entre o módulo das fases constituintes.

Porosidade também afeta o módulo de elasticidade, sempre resultando em decréscimo de seu valor. Vários trabalhos estudaram uma formulação para estimar o valor das constantes elásticas de materiais porosos^{[62], [22]}.

A resistência da ligação, ou seja, o módulo de elasticidade varia com a direção cristalográfica^[10]. Anisotropia elástica ocorre tanto em metais como em materiais cerâmicos. Um cristal simples de ferro o qual tem uma estrutura CCC, tem um módulo de elasticidade da ordem de 283 GPa na direção [111] e 124 GPa na direção [100]. A direção [111] envolve átomos que têm um maior empacotamento fechado possuindo uma força de ligação mais forte. Isto resulta em um alto valor do módulo de elasticidade. A densidade de empacotamento é menor na direção [100], resultando em um menor valor para o módulo de elasticidade.

Muitas espécies de materiais cerâmicos são policristalinos com muitos cristais com orientações aleatórias. Se a orientação é “exatamente” aleatória, as constantes elásticas globais são uma média das constantes elásticas para as várias direções cristalográficas. Os valores de constantes elásticas mais comumente registrados para materiais cerâmicos são valores médios para corpos cristalinos.

3 Determinação de Propriedades Elásticas de Materiais

A determinação de propriedades elásticas de materiais pode ser realizada através de dois métodos^[31]: estático ou dinâmico. O método estático basicamente consiste em submeter um objeto a uma carga estática conhecida e medir sua deformação em função desta carga. O método dinâmico consiste em submeter o objeto a um movimento harmônico na sua frequência de ressonância e através desta frequência associada a geometria e massa do objeto, correlacionar as constantes elásticas. Outra forma do método dinâmico, é submeter o objeto a uma velocidade ultra-sônica em uma de suas extremidades e medir a velocidade resultante no seu outro extremo. Observando a razão das velocidades na entrada e na saída do objeto, as constantes elásticas são determinadas.

Estes métodos são implementados por diversas técnicas dentro das diferentes áreas da engenharia tais como.

- medição por máquinas de ensaio (tração, compressão, flexão, torção ou cisalhamento).
- medição por extensômetros ou “strain gage”.
- medição através de ensaios dinâmicos.
- medição por análise modal.
- medição acústica.
- medição óptica (interferometria a laser, holografia, fotoelasticidade e Moiré).

A escolha do melhor método e técnica de medição não é uma tarefa trivial. Em linhas gerais a aplicação de um determinado método depende, do grau de incerteza que se deseja no resultado de medição, das facilidades encontradas nos laboratórios e dos investimentos que se desejam fazer.

3.1 Análise Comparativa

Segundo Schreiber^[48], a repetitividade no método estático normalmente excede a 1 %. Este tipo de avaliação produz um valor mais baixo para o módulo de elasticidade se as medidas incluem componentes de deformações plásticas. Para a

determinação do módulo elástico efetivo é preferível adotar métodos dinâmicos que proporcionam repetitividade da ordem de 0,1 %.

Outros fatores que podem contribuir na escolha de um determinado método para determinação das propriedades elásticas, estão relacionados ao:

- tipo de aplicação ou solicitação mecânica na qual será submetido o material (carregamento estático e/ou dinâmico).
- quanto à classificação dos materiais: metálico, cerâmicos, polímeros, compósitos, semicondutores ou biomateriais^[10].
- quanto ao tipo do material, homogêneo, não homogêneo, isotrópico, anisotrópico, viscoelástico etc.

O método estático é o mais difundido nos meios industriais e acadêmicos, através da técnica do gráfico tensão-deformação geralmente com o uso de extensômetros. Esta técnica encontra-se fartamente disponível na literatura^{[30], [23], [57], [10], [14]}. Além de ser bem difundida é uma técnica normalizada. Por exemplo: a ASTM – “American Society for Testing”, tem diversos procedimentos padrão para determinação das propriedades mecânicas de materiais^{[5], [6], [7]}. Neste tipo de teste o corpo de prova é geralmente carregado uniaxialmente, monitorando-se o carregamento e a deformação simultaneamente. A tensão axial é determinada dividindo-se o valor de carga pela área da seção transversal original do objeto. A inclinação da curva tensão-deformação é graficamente determinada e seu valor é numericamente igual ao módulo de elasticidade.

O método dinâmico é o mais difundido nos meios acadêmicos e de pesquisa. Se divide basicamente em duas categorias:

- propagação de velocidade sônica.
- frequência de ressonância mecânica.

O método dinâmico de propagação de velocidade sônica, baseia-se na propagação de ondas sonoras dentro do material, podendo ser longitudinal ou transversal ao objeto^{[12], [48], [60]}.

O método dinâmico de frequência de ressonância mecânica, consiste em excitar materiais sólidos na ressonância e identificar sua respectiva frequência^{[42], [52], [50], [48]}. Esta frequência é correlacionada às características geométricas e massa do

objeto para caracterização das constantes elásticas. As técnicas dinâmicas também são técnicas bem difundidas e normalizadas. [2], [3], [4]

Tabela 3-I apresenta resumidamente as características de algumas técnicas para a determinação das constantes elásticas de materiais.

Tabela 3-I – Algumas Técnicas para Determinação de Constantes Elásticas de Materiais

Método	Descrição	Aspectos Positivos	Aspectos Negativos	Observações
Estático: Medição Convencional	Método mais utilizado nas indústrias, dividido em três tipos de testes: - teste de tração. - teste de compressão. - teste de torção. As constantes elásticas são determinadas: - da análise da curva tensão-deformação - de medição de deformações por "strain gages", outros sensores de deformação ou ópticos.	- simplicidade na realização dos testes. - amplo domínio acadêmico e industrial. - pode-se atingir repetitividade em torno de 1 %. - temperaturas até 250 °C.	- dispersão dos dados. - alinhamento e controle de aplicação de carga. - geralmente o ensaio é destrutivo. - teste estático requer que as deformações residuais sejam desprezíveis. - boa tolerância dimensional do objeto.	Histórico: A primeira versão das normas consultadas, datam entre 1955 e 1959. Referências: [5], [6], [7], [12], [31], [56], [63]
Estático: Medição à Flexão, 4 ou 3 pontos	- utiliza-se do modelo de flexão pura dada por Timoshenko. - barra é apoiada e aplicação de carga em dois pontos equidistantes entre os apoios ou em um ponto no centro da barra. - propriedades elásticas em função do deslocamento medido fora do plano da barra.	- simplicidade relativa dos testes. - amplo domínio acadêmico e pesquisa. - pode-se atingir repetitividade em torno de 1 %. - não destrutivo.	- dispersão dos dados. - alinhamento e controle de aplicação de carga. - teste estático requer que as deformações residuais sejam desprezíveis. - corpos de provas de espessuras finas	Referências: [41], [46], [56]
Dinâmico: Velocidade Ultra-sônica e Microscopia Ultra-sônica	- consiste na determinação da propagação de ondas ultra sônica através do material a ser testado - com a microscopia ultra-sônica determina-se as propriedades elásticas unidirecionalmente (0° / 90°), em compostos matricial.	- teste não destrutivo. - determina um conjunto completo das constantes elásticas de segunda ordem. - domínio de áreas específicas. - altas temperaturas	- este método não é utilizado na investigação das propriedades elásticas de materiais que apresentam uma microestrutura composta de grãos grosseiros e/ou alto grau de defeitos nos contornos.	Histórico: Krautkramer descreveu este método em 1975. Referências: [12], [44], [47], [60]

Método	Descrição	Aspectos Positivos	Aspectos Negativos	Observações
Dinâmico: Viga Vibrante ou Freqüência de Ressonância Mecânica	<ul style="list-style-type: none"> - levantamento experimental da resposta dinâmica de vigas (engastadas, apoiadas ou livres) - as freqüências naturais podem ser identificadas por intermédio de transdutores de vibração e varredura senoidal. - as propriedades dinâmicas são calculadas a partir dos dados experimentais, por meio de formulário específico sugerido pelas normas ASTM 	<ul style="list-style-type: none"> - materiais elásticos e viscoelásticos. - atende uma grande faixa de freqüência. - amplo domínio de áreas específicas. - não há necessidade que as deformações residuais sejam desprezíveis. - fácil adaptação para medições em altas temperaturas. - não destrutivo. - repetitividade em torno de 0,1 % para módulo de elasticidade e menos que 1 % para módulo de torção 	<ul style="list-style-type: none"> - eficiência do método para vigas que tenham baixas freqüências naturais de vibração. - corpos de provas de espessuras finas. - aumento da rigidez do cdp, influencia na rigidez de fixação do mesmo na bancada de teste. - boa tolerância dimensional do objeto. - os pontos de aplicação de carga dinâmica devem ser conhecidos. 	Histórico: Das normas consultadas, a mais antiga foi publicada em 1974. Referências: [2], [3], [4], [12], [13], [28], [31], [35], [38], [45], [62], [63]
Dinâmico: Análise Modal	<ul style="list-style-type: none"> - baseia-se na análise das freqüências naturais de vibração de placas por análise modal - placas circulares utiliza-se da teoria de Mindlin. - freqüências naturais, parâmetros modais e caracterização da forma dos modos, podem ser identificadas, por acelerômetros ou por microfones. 	<ul style="list-style-type: none"> - domínio de áreas específicas. - simples se os testes forem automatizados. - materiais isotrópicos, e anisotrópicos - não há necessidade que as deformações residuais sejam desprezíveis. - altas temperaturas. - medição acústica: faixa de 0 a 20 kHz. - não destrutivo. 	<ul style="list-style-type: none"> - boa tolerâncias dimensional do objeto. - pontos de aplicação de carga dinâmica devem ser bem conhecidos. - geralmente a massa do sensor de medida interfere nos resultados, devendo-se fazer correção no modelamento teórico. - falta informações metrológica. 	Histórico: Análise modal iniciou-se efetivamente a partir da década de 70. Referências: [31], [32]
Estático e Dinâmico (métodos híbridos): Holografia e Interferometria a Laser	<ul style="list-style-type: none"> - método pode ser utilizado em conjunto com as técnicas convencionais estáticas e os testes dinâmicos. - mede deslocamentos - substitui os sensores de medição, por um sistema sofisticado de lentes, espelhos e fonte luminosa (laser). 	<ul style="list-style-type: none"> - medidas de deslocamentos de até 10 a 12 μm. - investigação de campos de tensão biaxiais. - verificação de anisotropia em tempo real. - amplo domínio de áreas específicas. - não destrutivo. - pode ser implementado para altas temperaturas. - método de medição não interfere no modelamento teórico 	<ul style="list-style-type: none"> - complexidade na montagem da bancada de teste. - falta informações metrológica. 	Histórico: Década de 60. Referências: [9], [15], [16], [19], [24], [25], [40], [41], [56], [59]

3.2 O Método Proposto

O método proposto neste trabalho é identificado como sendo um método híbrido. Utiliza as vantagens do método de freqüência de ressonância mecânica, associadas à simplicidade do modelamento matemático do método estático.

Com o método de freqüência de ressonância mecânica é necessário medir a freqüência de ressonância à flexão e à torção do objeto sob teste, e em seguida determinar suas propriedades elásticas. Com o método proposto, é necessário medir

a frequência de ressonância mecânica à flexão e ao mesmo tempo, com a técnica de holografia óptica eletrônica, medir o campo de amplitude de deslocamentos fora do plano do objeto. A diferença básica é que:

- para realizar as medidas para o primeiro método, são necessárias duas etapas experimentais. Uma para medidas da frequência de ressonância à flexão, e a segunda, para as medidas da frequência de ressonância à torção.
- com o método proposto, é necessário realizar somente uma etapa experimental, ou seja: medição da frequência de ressonância à flexão e medição do campo deslocamento fora do plano, simultaneamente.

Com o campo de deslocamento e a frequência de ressonância de flexão, determina-se através do modelo matemático de flexão pura em barras prismáticas dado por Timoshenko, o coeficiente de Poisson^[56], e através do modelo matemático segundo a norma ASTM^[2], o Módulo de Elasticidade.

3.3 O Modelo para Flexão Pura

As propriedades de flexão de uma placa dependem fortemente da sua espessura quando comparada com suas outras dimensões, podendo seu comportamento ser melhor descrito por diferentes modelos matemáticos^[56]:

- a) placas finas com pequenas deformações;
- b) placas finas com grandes deformações;
- c) placas espessas.

Para as placas finas com pequenas deformações, se a deflexão " w " é pequena em relação a sua espessura " h ", uma aproximação teórica muito satisfatória de flexão de placas com carregamento lateral, pode ser desenvolvida, fazendo-se algumas considerações:

- a) a deformação do plano médio da placa é nula, permanecendo neutro durante a flexão.
- b) todos os pontos da placa permanecem normais após a flexão em relação ao seu plano médio.

- c) as tensões normais na direção transversal à placa podem ser desprezadas.

3.3.1 Formulação Matemática

Considerando a barra prismática da Figura 3-1, sofrendo flexão através de dois momentos “ M ” opostos. As componentes de tensões são dadas pela teoria elementar de flexão como:

$$\sigma_x = \frac{Ez}{R} \quad ; \text{ e } \quad \sigma_y = \sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{xz} = \tau_{xy} = 0$$

(3-1)

$R =$ raio de curvatura da barra após a flexão.

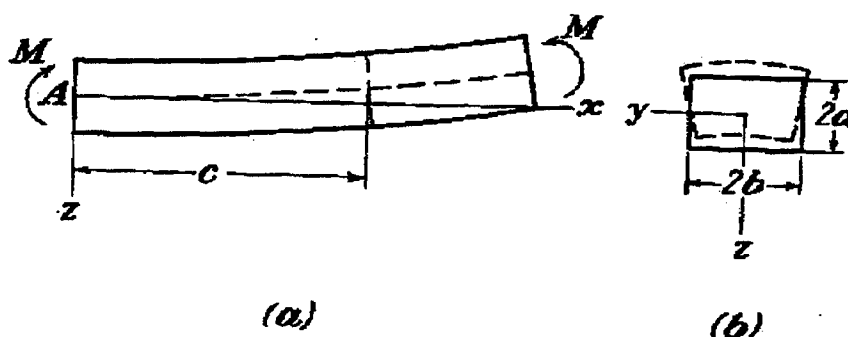


Figura 3-1 - Barra prismática sob flexão pura^[56]

Substituindo as expressões acima, nas equações de equilíbrio de tensão da teoria da elasticidade^{[56], [14]}, demonstra-se a fórmula elementar da teoria de flexão:

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI_y}$$

(3-2)

$E =$ módulo de elasticidade.

$I_y =$ momento de inércia da seção transversal da barra com a respectiva linha neutra, paralela ao eixo “ y ”.

Considerando deslocamentos na flexão pura, utilizando-se da lei de Hooke, apresenta-se a solução para a equação (3-1), como:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{z}{R}$$

(3-3)

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -\nu \frac{z}{R} \qquad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} = -\nu \frac{z}{R}$$

(3-4)

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \quad (\text{sem cisalhamento})$$

(3-5)

$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ = deformações em relação aos eixos "x", "y" e "z", respectivamente.

ν = coeficiente de Poisson.

A equação que descreve o campo de deslocamentos fora do plano de uma viga sob flexão pura, que satisfaz as condições de equilíbrio da teoria da elasticidade, é a seguinte:

$$w = -\frac{1}{2R} [x^2 + \nu (z^2 - y^2)]$$

(3-6)

A equação (3-6), pode ser rescrita na seguinte forma:

$$w = Ax^2 - By^2 + C$$

γ
- λ

(3-7)

A, B, C = constantes

A Figura 3-2 (b), apresenta as linhas de contorno que representam o deslocamento fora do plano, para uma viga submetida à flexão pura. Nota-se na Figura 3-2 (c), que nesta condição a barra apresenta uma curvatura convexa para baixo na sua direção longitudinal (eixo "x"), e uma curvatura convexa para cima na sua direção transversal (eixo "y").

As linhas para as quais o deslocamento vertical é constante são membros de uma família de hipérboles, Figura 3-2(a). No caso particular quando $w = -C$, as linhas de deslocamento constantes reduzem-se às assintotas da família de

hipérboles, isto é: às duas retas que interceptam a origem ($w = -C$), tem como inclinação $\pm\sqrt{B/A}$. Sendo α o ângulo entre estas retas e o eixo horizontal, Timoshenko demonstra que o coeficiente de Poisson é determinado por:

$$\nu = \frac{\partial^2 w / \partial y^2}{\partial^2 w / \partial x^2} = \frac{B}{A} = \frac{1}{\tan^2 \alpha}$$

(3-8)

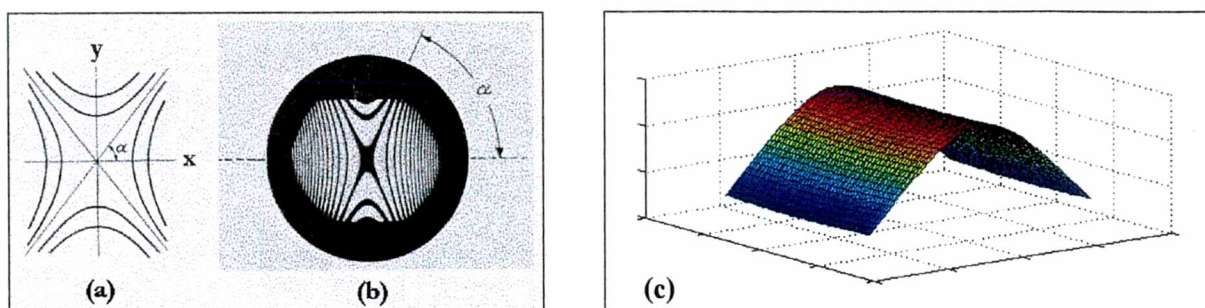


Figura 3-2 – Campo de deslocamento fora do plano de uma viga sob flexão^[56]
 (a) representação matemática (b) visualização das linhas de contorno por fotoelasticidade
 (c) representação 3 D do campo de deslocamento

3.4 Determinação de Propriedades Elásticas de Materiais segundo a Norma ASTM C1198-91

A teoria de vibrações de corpos sólidos requer a integração das equações de movimento vibratório de acordo com as condições de contorno de tensão ou de deslocamento. Uma solução analiticamente “exata” para casos de geometria com seção transversal retangular é ainda motivo de estudos^[48]. Assim como conseqüência, somente soluções aproximadas existem. Com métodos de medições cada vez mais refinados já é possível verificar a validade destas aproximações, como resultado, o método de frequência de ressonância tem se tornado uma técnica muito atrativa na determinação das constantes elásticas de sólidos.

A solução analiticamente “exata” da equação diferencial do movimento de formas em três dimensões é extremamente difícil de ser explicitada. Do ponto de vista experimental é desejável escolher uma geometria que propicie condições de contorno que permitam soluções razoáveis. Por essa razão a maioria dos problemas são discutidos para objetos cilíndricos ou retangulares^[48].

A determinação das constantes elásticas de sólidos através de sua frequência mecânica de ressonância pode ser realizada através de três tipos de vibração: longitudinal, transversal (ou à flexão), e à torção. Os dois primeiros tipos, fornecem informações sobre o módulo de elasticidade, e o último sobre o módulo de cisalhamento ou módulo de torção.

Pickett^[42] apresenta em seu trabalho uma discussão sobre as várias equações diferenciais usadas para vibração transversal, abrangendo a constante de cisalhamento da equação diferencial de Timoshenko, e comparando os resultados destas equações, com os resultados obtidos através de medição da teoria da elasticidade. Em seu trabalho Pickett considera seis equações diferenciais do movimento de vigas, nas quais:

- a) a equação clássica;
- b) a equação dada por Rayleigh (adiciona correção para compensar o efeito de inércia rotacional);
- c) a equação dada por Love (adiciona correção para compensar o efeito de inércia lateral);
- d) a equação dada por Mason e Thomson (adiciona correção para compensar o efeito de inércia rotacional, lateral e cisalhamento);
- e) e a equação dada por Timoshenko (que corrige o efeito de cisalhamento e de inércia rotacional).

Uma análise para vibração torcional também é apresentada em seu trabalho. Spinner et. al.^{[52], [50], [51], [55]}, estudaram as equações dadas por Pickett e propuseram correções empíricas aos modelos teóricos. Estes modelos são utilizados até hoje e são encontrados em normas que utilizam-se do Método da Frequência de Ressonância Mecânica^{[2], [3], [4]}.

O procedimento descrito na norma ASTM C1198-91 – “*Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio for Advanced Ceramics by Sonic Resonance*”^[2], apresenta métodos de ensaio para determinação das propriedades mecânicas de objetos cilíndricos e retangulares, assim como a determinação destas propriedades em função da temperatura.

Este trabalho limita-se ao estudo de corpos retangulares, esquematizados na Figura 3-4, na temperatura ambiente. O modelamento apresentado restringe-se somente a estas condições.

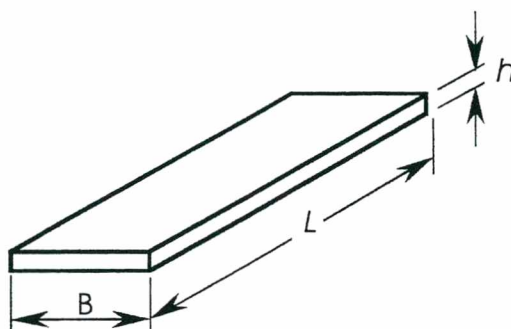


Figura 3-4 – Características dimensionais dos corpos de prova retangulares.

3.4.1 Formulação Matemática

Para a quantificação do módulo de elasticidade, de torção e do coeficiente de Poisson, são usadas informações da geometria e massa do corpo de prova e suas frequências de ressonância mecânica à flexão e à torção. O módulo de elasticidade é determinado através da frequência de ressonância no primeiro modo de vibração à flexão. O módulo à torção é determinado através da frequência de ressonância no primeiro modo de vibração à torção. Ambos os módulos são utilizados na determinação do coeficiente de Poisson.

O módulo de elasticidade (E), é determinado pela seguinte expressão:

$$E = 0.9465 \left(\frac{m f_e^2}{B} \right) \left(\frac{L}{h} \right)^3 T_1$$

(3-9)

m = massa do objeto [kg]

f_e = frequência fundamental de ressonância à flexão [Hz]

h = espessura do corpo de prova [m]

B = largura do corpo de prova [m]

L = comprimento do corpo de prova [m]

ν = coeficiente de Poisson

T_1 = fator de correção para o modo de flexão fundamental.

$$T_1 = 1 + 6.585 \left(1 + 0.0752\nu + 0.8109\nu^2 \right) \left(\frac{h}{L} \right)^2 - 0.868 \left(\frac{h}{L} \right)^4 - \left(\frac{8.340 \left(1 + 0.2023\nu + 2.173\nu^2 \right) \left(\frac{h}{L} \right)^4}{1.000 + 6.338 \left(1 + 0.1408\nu + 1.536\nu^2 \right) \left(\frac{h}{L} \right)^2} \right) \quad (3-10)$$

Caso $L/h \geq 20$, a equação (3-10), pode ser reduzida para a seguinte forma:

$$T_1 = 1 + 6.585 \left(\frac{h}{L} \right)^2 \quad (3-11)$$

Caso $L/h < 20$, deve-se usar a equação (3-10). Como o coeficiente de Poisson geralmente não é conhecido, deve-se assumir um valor inicial e realizar um processo iterativo baseado nos resultados experimentais do módulo de elasticidade e do módulo de torção.

O módulo de torção (G), é determinado pela seguinte expressão:

$$G = \frac{4Lmfg^2}{Bh} \left(\frac{F}{(1+K)} \right) \quad (3-12)$$

fg = frequência fundamental de ressonância à torção [Hz]

F = fator de forma do objeto dado por Roark^[61].

$$F = \left(\frac{1 + \left(\frac{B}{h} \right)^2}{4 - 2.52 \left(\frac{h}{B} \right) + 0.21 \left(\frac{h}{B} \right)^5} \right) \quad (3-13)$$

K = fator de correção empírica que depende da relação de espessura e largura do objeto, dado por Spinner & Valore^[52].

$$K = \left(\frac{0.5062 - 0.8776 \left(\frac{B}{h} \right) + 0.3504 \left(\frac{B}{h} \right)^2 - 0.0078 \left(\frac{B}{h} \right)^3}{12.03 \left(\frac{B}{h} \right) + 9.892 \left(\frac{B}{h} \right)^2} \right)$$

(3-14)

O Coeficiente de Poisson, é determinado da seguinte forma:

$$\nu = \left(\frac{E}{2G} \right) - 1$$

(3-15)

3.4.2 Análise de Incertezas

As incertezas segundo o procedimento da norma ASTM C1198-91, podem ser estimadas a partir das incertezas das grandezas de entrada das equações que as relacionam com as constantes elásticas dos materiais. Considerando as características dos instrumentos usados para determinar as dimensões do corpo de prova, as frequências de ressonância e a massa, é possível estimar as incertezas e apresentar um resultado de medição em conformidade ao Guia ISO - Guia para Expressão da Incerteza de Medição^[27] e ao VIM – Vocabulário Internacional de Metrologia^[26].

Uma diferença é introduzida em todos os procedimentos de cálculo de incertezas apresentados neste trabalho. Enquanto o Guia ISO recomenda que as incertezas sejam propagadas em sua forma padrão, neste trabalho elas são propagadas na sua forma expandida. O nível de confiança adotado para todos estes procedimentos foi de 95 %. Procurou-se assim, simplificar os procedimentos de cálculos de forma a implementá-los automaticamente aos algoritmos desenvolvidos. Segundo Maftoum^[36], este tipo de procedimento pode super estimar a incerteza em torno de 14 %, caso o grau de liberdade efetivo seja igual a 4 e a razão entre a incerteza padrão do tipo A e incerteza padrão do tipo B seja igual a 1. Para outras razões de incertezas e graus de liberdade efetivos superiores, o cálculo de incerteza torna-se bem próximo ao cálculo recomendado pelo Guia ISO.

A incerteza expandida do módulo de elasticidade pode ser obtida através da equação (3-9), como:

$$U_E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial h}\right)^2 (U_h)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial B}\right)^2 (U_B)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial L}\right)^2 (U_L)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial m}\right)^2 (U_m)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial f_e}\right)^2 (U_{f_e})^2} \quad (3-16)$$

U_h = incerteza expandida da espessura do objeto.

U_B = incerteza expandida da largura.

U_L = incerteza expandida do comprimento.

U_m = incerteza expandida da massa.

U_{f_e} = incerteza expandida da frequência de ressonância à flexão

A contribuição de incerteza do fator de correção T_1 não foi considerado nesta formulação, pois detectou-se através de análises numéricas que a sua contribuição é desprezível.

A incerteza expandida do módulo de torção pode ser obtida através da equação (3-12), como:

$$U_G = \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial h}\right)^2 (U_h)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial B}\right)^2 (U_B)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial L}\right)^2 (U_L)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial m}\right)^2 (U_m)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial f_g}\right)^2 (U_{f_g})^2} \quad (3-17)$$

U_{f_g} = incerteza expandida da frequência de ressonância à torção.

Desta vez a contribuição de incerteza do fator de correção K não foi considerado nesta formulação, pois detectou-se através de análises numéricas que a sua contribuição é desprezível.

Finalmente a incerteza expandida do coeficiente de Poisson pode ser obtida através das equações (3-9), (3-12) e (3-15), como:

$$U_\nu = \sqrt{\left(\frac{\partial \nu}{\partial h}\right)^2 (U_h)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial B}\right)^2 (U_B)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial L}\right)^2 (U_L)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial m}\right)^2 (U_m)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial f_e}\right)^2 (U_{f_e})^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial f_g}\right)^2 (U_{f_g})^2} \quad (3-18)$$

4 Medição de Vibrações através da Holografia Óptica Eletrônica

A holografia óptica eletrônica ou ESPI (*Electronic Speckle Pattern Interferometry*) é a técnica utilizada neste trabalho para a medição do campo de amplitudes de deslocamento de uma placa submetida a vibração em ressonância. Objetiva-se neste capítulo, apresentar os conceitos básicos sobre a técnica empregada. Informações mais abrangentes sobre holografia, podem ser encontradas em outros trabalhos realizados na UFSC: Boettger^[8] e Kapp^[29].

4.1 Princípios da Holografia Óptica Eletrônica

A Figura 4-1 mostra uma configuração típica com iluminação simples usada para medição de deslocamento com a holografia óptica eletrônica. Um espelho parcial (divisor de feixes), que permite que ambas as superfícies do objeto sob teste e uma superfície de referência sejam iluminadas por uma luz de laser e ao mesmo tempo visualizadas por uma câmara de TV. A câmara captura o padrão de interferência “speckle” de ambas as imagens. O conjunto de lentes e abertura da câmara permitem que o tamanho dos “speckles” sejam do mesmo tamanho de “pixels” da câmara.

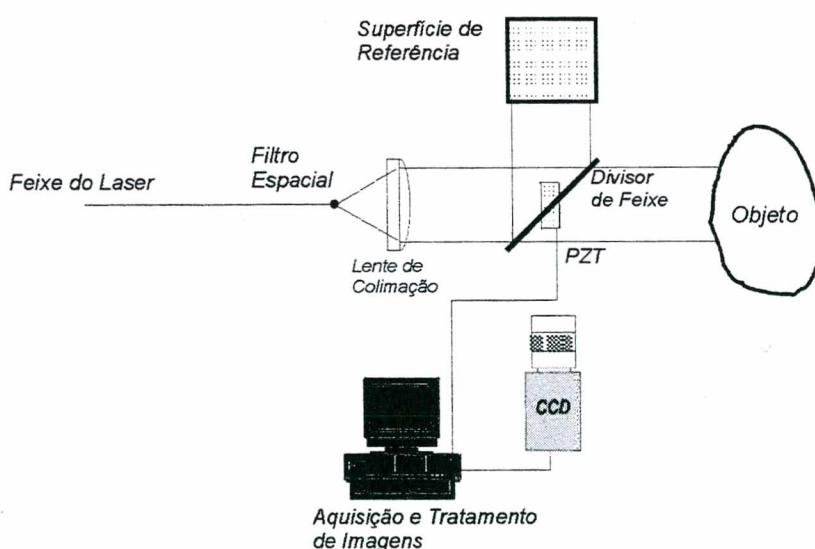


Figura 4-1 – Configuração com iluminação simples de medição de deslocamentos com holografia óptica eletrônica.

O padrão de franjas associado ao campo de deslocamentos é originado pela superposição óptica de dois padrões de “speckle” distintos (por exemplo: objeto em repouso e objeto deformado), que interferem entre si e dão origem a um novo padrão de “speckle”. Este novo padrão se modifica em função do campo de deslocamentos da superfície medida. Esta nova imagem gerada representa um padrão de ordem de franjas que está correlacionado com o deslocamento relativo sofrido pelo objeto.

4.1.1 O Speckle

A imagem de uma peça iluminada pela luz do laser aparenta ter uma textura granular, composta por pontos claros e escuros denominados “speckle”, que podem ser vistos tanto a olho nu quanto por instrumentos ópticos. A Figura 4-2, apresenta um padrão de “speckle” típico, visualizado através de uma câmara CCD.

O “speckle” resulta da interferência construtiva e destrutiva das múltiplas frentes de onda que são aleatoriamente refletidas por uma superfície opticamente rugosa. A luz que forma cada “speckle” é totalmente coerente, de forma que padrões de interferência podem ser observados, possuindo além de intensidade luminosa mensurável, também uma fase bem definida, que é diferente dos “speckles” vizinhos.

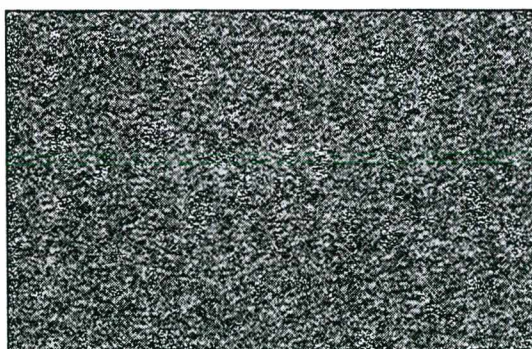


Figura 4-2 - Padrão de “speckle” típico de uma superfície iluminada com luz de laser

4.1.2 A Formação das Franjas

O fenômeno “speckle” permite a geração de mapas de fase ou mapas de franjas através de subtração de imagens. Dois feixes de laser coerentes entre si com intensidades $I_1(x,y)$ e $I_2(x,y)$, fases $\theta_1(x,y)$ e $\theta_2(x,y)$ e iluminando uma superfície, interferem entre si originando um padrão de “speckle” dado por $I(x,y)$ e $\theta(x,y)$ que é

captado pela câmara CCD. A intensidade do padrão de “speckle” resultante é dada por:

$$I_{(x,y)} = I_1 + I_2 + 2 \sqrt{I_1 I_2} \cos(\theta_{(x,y)}) \quad (41)$$

$I_{(x,y)}$ = intensidade do padrão de “speckle” resultante.

$\theta_{(x,y)} = \theta_1 - \theta_2$ = diferença de fase entre os feixes 1 e 2.

As franjas resultantes da deformação do objeto, são obtidas armazenando o mapa de “speckle” do objeto sem deformação (imagem de referência - I_0). Esta imagem de referência é continuamente subtraída das imagens que vão sendo adquiridas a medida em que o objeto se deforma (I_d). Esta diferença (I_f), que é mostrada num monitor de vídeo sob a forma de franjas, é dada por:

$$I_f = |I_d - I_0| = 4 \sqrt{I_1 I_2} \left| \sin\left(\theta + \frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| \left| \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right| \quad (42)$$

$\theta = \theta_1 - \theta_2$ (diferença de fase).

$\Delta\phi = \Delta\phi_1 - \Delta\phi_2$, é a mudança de fase entre os estados do objeto deformado e em repouso.

$\left| \sin\left(\theta + \frac{\Delta\phi}{2}\right) \right|$ representa o nível de ruído de fundo do padrão de interferência.

$\left| \sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right) \right|$ termo modulador que descreve as franjas de interferência.

Os padrões de franjas originados em ESPI são similares aos obtidos com holografia interferométrica clássica^{[20], [29]}, porém com muito mais ruído óptico. O ruído é causado pela modulação aleatória de alguns pontos do padrão de “speckle” e também por pontos que perderam correlação entre o estado inicial e final.

A Figura 4-3, mostra o resultado da subtração de duas imagens. O resultado desta subtração é denominado “Mapa de Fases”

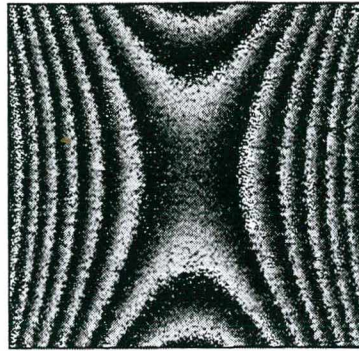


Figura 4-3 – Padrões de franjas originados em ESPI – “Mapa de Fases”

4.1.3 Iluminação Simples e Sensibilidade

A Figura 4-4 mostra uma configuração genérica de medição por holografia óptica eletrônica com iluminação simples. Um feixe de luz partindo de uma fonte F , incidindo no ponto P da superfície do objeto medido e dirigindo-se ao observador O , descreve um caminho óptico dado por $(\overline{FP} + \overline{PO})$.

Quando o objeto é deslocado, o ponto P passa para a nova posição P' , então o feixe passa a descrever o caminho $(\overline{FP'} + \overline{P'O})$. A diferença Δd pode ser calculada da seguinte forma:

$$\Delta d = (\overline{FP'} + \overline{P'O}) - (\overline{FP} + \overline{PO})$$

(4-3)

Como o deslocamento \vec{d} é muito pequeno em relação aos caminhos ópticos envolvidos, \overline{FP} e $\overline{FP'}$ são praticamente paralelos. Assim a diferença de comprimento dos segmentos \overline{FP} e $\overline{FP'}$ é causada pela componente do vetor \vec{d} , na direção do vetor unitário \vec{n}_1 que aponta de P para F . O módulo desta componente do deslocamento pode ser calculado através do seguinte produto vetorial:

$$\overline{FP'} - \overline{FP} = -\vec{d} \cdot \vec{n}_1$$

(4-4)

Da mesma forma através do vetor unitário \vec{n}_2 , calcula-se:

$$\overline{P'O} - \overline{PO} = -\vec{d} \cdot \vec{n}_2$$

(4-5)

Substituindo as equações (4-4) e (4-5) em (4-3), tem-se:

$$\Delta d = \vec{d} \cdot \vec{n}_2 + \vec{d} \cdot \vec{n}_1 = \vec{d} \cdot (\vec{n}_2 + \vec{n}_1)$$

(4-6)

$$\Delta d = \vec{d} \cdot \vec{p}$$

(4-7)

onde \vec{p} é denominado vetor sensibilidade.

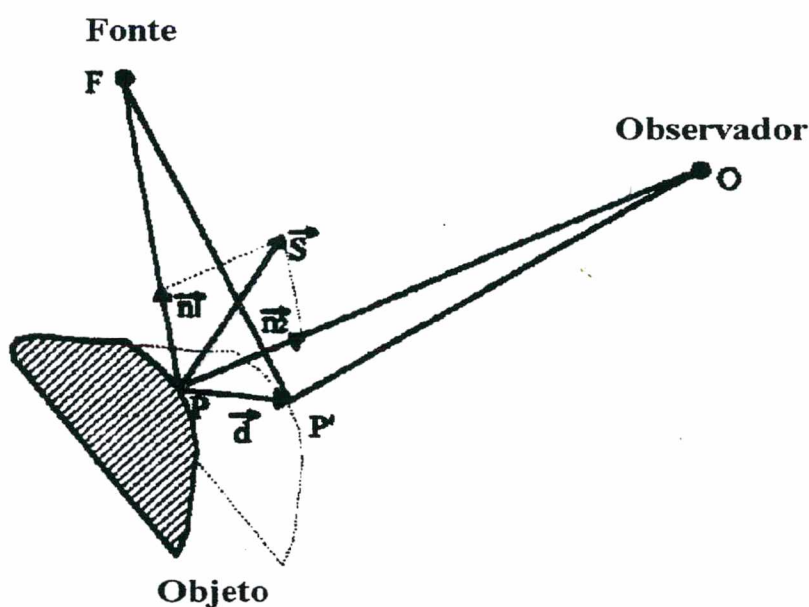


Figura 4-4 – Configuração genérica para medição por holografia óptica eletrônica com iluminação simples.

O vetor sensibilidade é o parâmetro geométrico que define a direção segundo a qual a holografia eletrônica é sensível, isto é, apenas a componente do deslocamento na direção deste vetor dá origem às franjas. O valor do vetor sensibilidade pode ser calculado a partir das coordenadas da peça e do sistema óptico associado, ou seja: - pontos de iluminação e pontos de observação, em relação a um dado sistema de referência. Assim para uma variação de caminho óptico Δd , a variação de fase entre as frentes de ondas da luz, é dada por:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{d} \cdot \vec{p}) = \frac{2\pi \Delta d}{\lambda}$$

(4-9)

$\Delta\phi = \Delta\phi(x, y) =$ defasagem entre duas frentes de ondas da superfície.

$\Delta d = \Delta d(x, y) =$ variação do caminho óptico de cada ponto da superfície.

A configuração de iluminação simples possibilita a obtenção de um vetor sensibilidade normal à superfície iluminada. No caso particular em que \vec{n}_1 e \vec{n}_2 são orientados segundo a normal à superfície do objeto, ou seja: a fonte F , e o observador O , estão distantes e colineares; o vetor \vec{p} aponta na direção perpendicular à superfície do objeto. Apenas a componente de deslocamento na direção do vetor sensibilidade provoca mudança de fase, dando origem às franjas de interferências, as quais são proporcionais aos deslocamentos fora do plano do objeto. Neste caso (direções de iluminação e observação paralelas à do deslocamento), o número de franjas que será formado para um certo deslocamento “ d ” é dado por:

$$OF = \frac{2d}{\lambda}$$

(4-12)

$OF =$ ordem de franja (número de franja).

$\lambda =$ comprimento de onda do laser.

$d =$ deslocamento.

Observando-se a equação (4-12) nota-se que $p=2$. Quanto menor for o comprimento de onda do laser, maior será o número de franjas formado para um mesmo deslocamento d . O número de franjas também aumenta à medida em que a direção do deslocamento se aproxima da direção do vetor sensibilidade.

A equação (4-12), pode ser escrita vetorialmente como:

$$OF = \frac{\vec{p} \cdot \vec{d}}{\lambda}$$

(4-13)

A diferença de fase $\Delta\phi_1 - \Delta\phi_2$ mantém com o número de ordem de franja OF uma relação de 2π , para o caso particular abordado. Se o vetor sensibilidade é invariante, as franjas de interferência representam regiões cuja componente do deslocamento na direção do vetor sensibilidade é constante.

4.1.4 Processamento de Imagens

É comum fazer uma analogia entre o mapa de franjas e um mapa topográfico, cujas linhas representam pontos de altitude constante. Normalmente se associa a cada franja um número inteiro seqüencial, conhecido como ordem de franja.

A franja de ordem zero corresponde a pontos de deslocamento nulo. Para medidas de vibração cujo o objeto encontra-se em ressonância, a franja que está sobre uma linha nodal de vibração é definida como sendo a franja de ordem zero, pois sabe-se que ao longo de uma linha nodal não há deslocamento relativo da peça. As demais franjas são referenciadas em relação a franja zero, podendo ser positivas ou negativas. A Figura 4-5, ilustra o descrito acima.

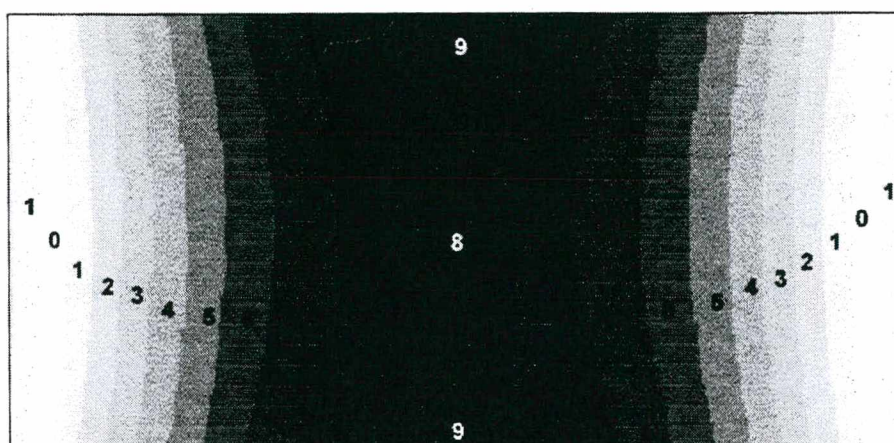


Figura 4-5 – Numeração das ordem de franjas

Através de técnicas adequadas de processamento são determinados os valores da ordem de franja ponto a ponto. Para o caso particular descrito anteriormente, os deslocamentos podem ser determinados através das equações (4-10) e (4-11).

Em aplicações práticas, o deslocamento máximo que pode ser processado depende da densidade de franjas e do ruído superposto no mapa de fases. As operações de filtragem permitem reduzir o ruído no mapa de fases (Figura 4-6).

A Figura 4-6 (a), mostra uma imagem originária de um processo de medição por holografia óptica eletrônica. A Figura 4-6 (b), mostra a mesma imagem, só que filtrada digitalmente. Nota-se como é possível reduzir os ruídos ópticos da imagem original, permanecendo as franjas. Este artifício de filtragem deve ser usado com

cautela, pois podem gerar distorções no mapa de fases original.

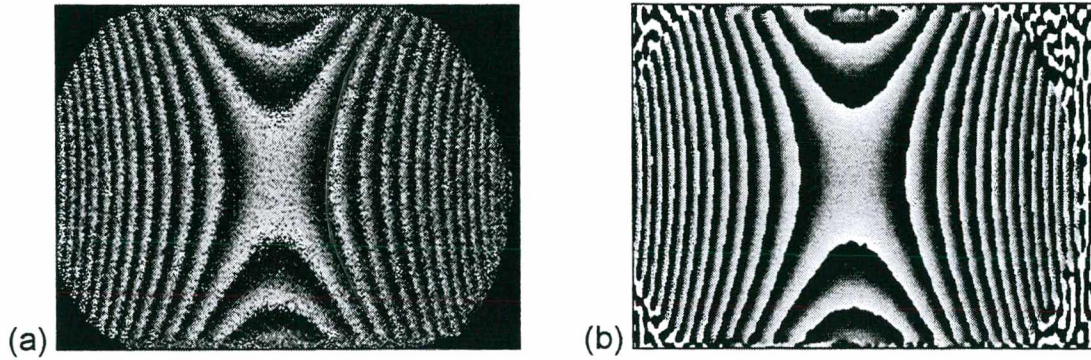


Figura 4-6 – Mapas de franjas.

(a) mapa originário de medição (b) mapa com processamento de filtro digital

4.1.5 Deslocamento de Fase

Quando $\Delta\phi_{(x,y)}$ varia continuamente entre 0 e 2π um ciclo do mapa de franjas é descrito. Se um ponto $P_{(x_0, y_0)}$ está situado sobre uma franja escura então $\Delta\phi_{(x_0, y_0)}$ equivale a $2\pi m$, onde m é um número inteiro. Um ciclo de fase é progressivamente aplicado ao mapa de franjas e este ponto da imagem deixa de ser preto, passa por tons de cinza, fica claro e finalmente retorna a sua intensidade inicial. Se $\Delta\phi_{(x_0, y_0)}$ for diferente de $2\pi m$, a intensidade inicial deste ponto não é mínima, porém igualmente descreve um ciclo passando por todos os tons de cinza^{[8], [18], [29]}.

O valor da fase $\Delta\phi_{(x,y)}$ pode ser determinado ponto a ponto a partir da combinação de informações presentes em n imagens do mapa de franjas entre as quais deslocamentos de fase de $2\pi/n$ são aplicados. O valor de $\Delta\phi_{(x,y)}$ calculado a partir de n imagens e da equação (4-1), pode ser determinado como:

$$\Delta\phi(x,y) = \tan^{-1} \left(\frac{-\sum_{j=1}^{n-1} I_{(x,y, 2\pi \frac{j}{n})} \sin \left(2\pi \frac{j}{n} \right)}{\sum_{j=0}^{n-1} I_{(x,y, 2\pi \frac{j}{n})} \cos \left(2\pi \frac{j}{n} \right)} \right) + 2\pi m$$

(4-12)

$n =$ o número de passos (imagens)

$m =$ número inteiro a ser determinado

A equação 4.11 retorna um ângulo situado no intervalo $[-\pi, \pi]$, ou seja, na primeira volta do círculo trigonométrico. Entretanto, $\Delta\phi_{(x,y)}$ freqüentemente assume valores fora da primeira volta, de forma que a determinação plena de $\Delta\phi_{(x,y)}$ depende do conhecimento do número inteiro m . A ambigüidade envolvida na determinação de m é simples de ser resolvida quando se conhece a franja de ordem zero.

Algoritmos que empregam quatro ou cinco passos (quatro ou cinco imagens), são os mais utilizados por terem a vantagem de minimizar a influência dos erros aleatórios no mapa de fases. Neste trabalho emprega-se o algoritmo de cinco passos.

4.1.6 Quantificação do Deslocamento

O modelo utilizado para determinação do campo de deslocamento é o mesmo apresentado através da equação (4-12) e rescrito da seguinte forma:

$$w(x,y) = OF \frac{\lambda}{2} \quad (4-15)$$

Note que $w(x,y) = d$, sendo o deslocamento em relação à coordenada x,y do objeto.

4.2 Medição de Vibração pela Média Temporal – “Time Average”

Até o momento a teoria utilizada para a quantificação de deslocamentos foi aplicada para uma situação estática, onde através da subtração de imagens do objeto em repouso e do objeto deformado, determina-se o campo de deslocamento sofrido pelo mesmo.

O método da média temporal para medição de vibração, é o mais utilizado na detecção das freqüências de ressonância e da localização das linhas nodais^[58]. A base para medições pela média temporal^[20], consiste no registro da intensidade de luz média ao longo do tempo, oriunda de uma configuração de iluminação simples.

A Figura 4-7 mostra uma viga em uma configuração de medição por holografia óptica eletrônica, com a direção de iluminação e observação paralelos ($\vec{p} = 2$). Através do espelho parcial a mesma fonte de luz, ilumina a peça e uma

superfície de referência. Supondo que esta superfície permaneça em repouso durante todo o processo de medição e a peça esteja em movimento harmônico, conforme a equação abaixo, pode-se definir a intensidade luminosa medida:

$$d_{(x,t)} = D_{(x)} \cos(\omega t)$$

(4-16)

$d_{(x,t)}$ = amplitude de vibração fora do plano da peça, em função da posição da viga e do tempo.

$D_{(x)}$ = amplitude de vibração máxima.

ω = frequência da vibração.

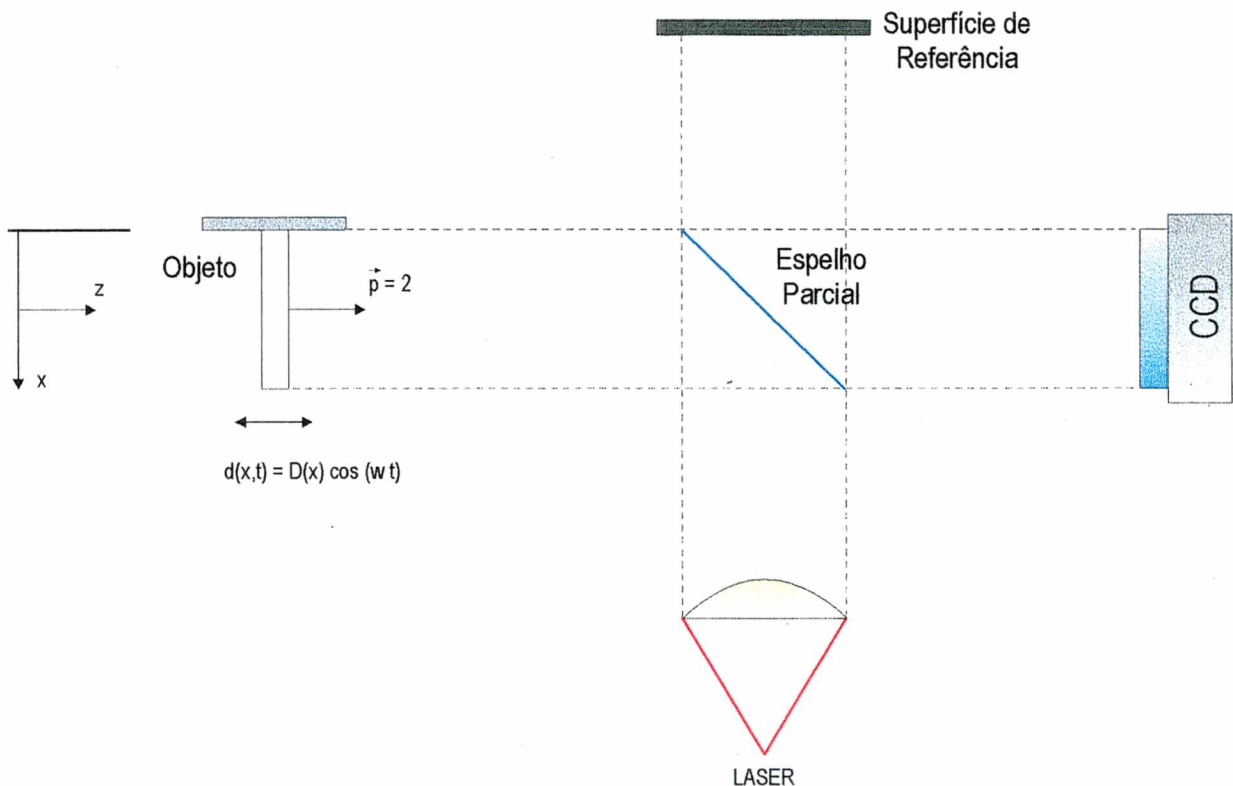


Figura 4-7 – Configuração de medição de vibração por holografia óptica eletrônica

A intensidade luminosa no objeto pode ser escrita da seguinte forma:

$$u_0(x,t) = U_0(x)e^{i\phi}$$

(4-17)

e a fase é definida como:

$$\phi = k p d(x, t)$$

(4-18)

$U_o(x)$ = intensidade de fundo em função da posição da viga.

p = vetor sensibilidade definido anteriormente onde $p = 2$

k = fator de proporcionalidade relacionado à medição, onde: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

λ = comprimento de onda do laser [μm]

Durante a exposição, a intensidade média de u_0 , denominada como \bar{u}_0 , é a seguinte:

$$\bar{u}_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u_0(x) e^{i k p D(x) \cos(\varpi t)} dt = u_0(x) \frac{1}{T} \int_0^T e^{i k p D(x) \cos(\varpi t)} dt$$

(4-19)

\bar{u}_0 = intensidade média durante a exposição.

T = tempo de exposição ($T \gg$ período da vibração)

Note que o termo $\frac{1}{T} \int_0^T e^{i k p D(x) \cos(\varpi t)} dt$, pode ser comparado à função de Bessel

de ordem zero (J_0):

$$J_0(\eta) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i\eta \cos(\xi)} d\xi$$

(4-20)

Comparando as equações (4-19) e (4-20), tem-se:

$$\bar{u}_0 = u_0(x) J_0[k p D(x)]$$

(4-21)

Pode-se demonstrar que a distribuição de intensidade registrada pela câmara CCD equivale ao quadrado da intensidade de luz média durante a exposição, sendo dada da seguinte forma:

$$I = \left| \bar{u}_0 \right|^2 = K J_0^2[\eta]$$

(4-20)

$K =$ todas as constantes comuns.

Um exemplo está ilustrado na Figura 4-8. A figura (a), mostra uma barra vibrando sobre um eixo imaginário em um nó de vibração. A figura (b), apresenta a distribuição luminosa representada pela função de Bessel $[J_0^2(\eta)]$.

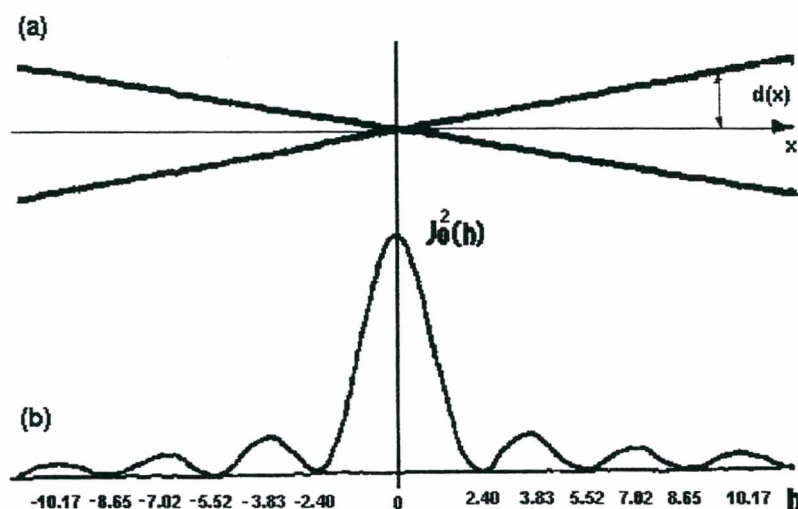


Figura 4-8 - (a) Vibração da barra sobre um eixo imaginário em um nó. (b) Distribuição de Intensidade luminosa na medição de holografia pela média temporal.

4.2.1 Quantificação de Amplitudes de Vibração

O campo de deslocamento para quantificação da amplitude de vibração pela média temporal é obtido através da equação (4-20), na seguinte forma:

$$w(x, y) = \frac{\lambda}{4\pi} \eta$$

(4-21)

$w(x, y) = d$, é a amplitude de vibração ou deslocamento fora do plano da peça, em função da posição x, y do objeto.

$\eta =$ termo da função de Bessel de ordem zero.
 $J_0^2(\eta) = \text{máximo, para } \eta = 0 \quad 3,83 \quad 7,02 \quad 10,17 \quad 13,32 \quad 16,47\dots$
 $J_0^2(\eta) = \text{mínimo, para } \eta = 2,40 \quad 5,52 \quad 8,65 \quad 11,79 \quad 14,93\dots$
 $\lambda =$ comprimento de onda do laser [μm]

4.2.2 Visualização de Amplitudes de Vibração

As amplitudes de vibração podem ser visualizadas conforme apresentadas na Figura 4-9.

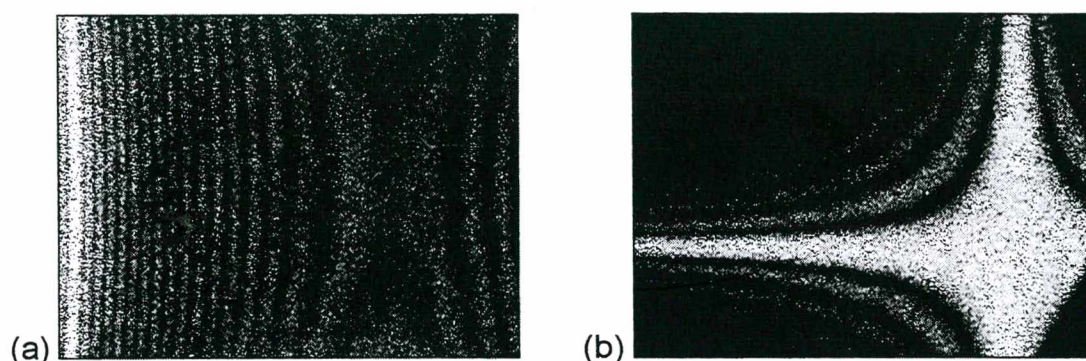


Figura 4-9 – Visualização de medição de vibração pela média temporal (a) 1º. modo de ressonância à flexão (b) 1º. modo de ressonância à torção

A figura (a) mostra parte de uma placa vibrando na ressonância em seu primeiro modo de flexão e a figura (b) mostra parte de uma placa vibrando na ressonância em seu primeiro modo à torção. Nota-se que na região dos nós, a intensidade luminosa é bem intensa, diminuindo para as regiões mais afastadas.

4.3 Medição de Vibração por Iluminação Estroboscópica

O método da iluminação estroboscópica para medição de vibração, é o mais utilizado na quantificação de amplitudes de vibração^[20]. Usa basicamente a luz pulsada do laser para medir o deslocamento experimentado por cada ponto da imagem da viga entre as condições de repouso e a posição extrema do movimento vibratório, o que equivale à amplitude de vibração.

A mesma técnica aplicada para a medição de deslocamentos estáticos é aplicada neste caso. A idéia é observar a peça enquanto um feixe de laser é pulsado com a mesma frequência e fase da vibração aplicada. A câmara registra apenas imagens nos instantes em que a iluminação estiver ativa.

A viabilização desta técnica consiste simplesmente em sincronizar o pulso da luz do laser com a excitação da peça. Neste caso faz-se com que o laser esteja aceso no instante em que a velocidade do movimento harmônico da peça esteja no seu valor mínimo. Uma vez que as franjas são observadas devido ao deslocamento do objeto quando em repouso e quando iluminado pela luz pulsada, pode-se observar o campo de deslocamento do objeto em movimento.

4.3.1 Quantificação de Amplitudes de Vibração

O modelo utilizado para determinação do campo de deslocamento é o mesmo apresentado através da equação (4-10), e rescrita na equação (4-13):

$$w(x,y) = OF \frac{\lambda}{2} \quad (4-22)$$

Note que $w(x,y) = d$, sendo o deslocamento em relação à coordenada x,y do objeto.

4.3.2 Visualização de Amplitudes de Vibração

As amplitudes de vibração podem ser visualizadas conforme mostra a Figura 4-10. Em (a) mostra-se parte de uma placa vibrando em ressonância no primeiro modo de flexão. Em (b) mostra-se parte de uma placa vibrando em ressonância no primeiro modo de vibração à torção. Nota-se que as franjas de interferências apresentam a mesma tonalidade, não sendo possível identificar a posição dos nós de vibração.

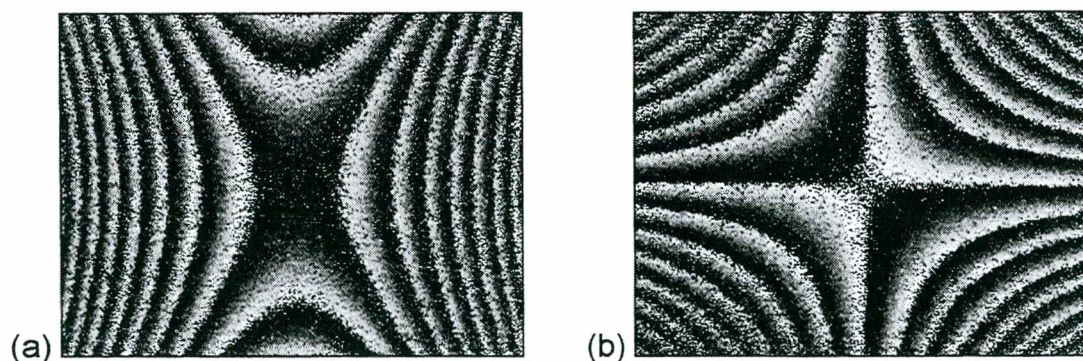


Figura 4-10 – Visualização de medição de vibração por “iluminação estroboscópica” (a) 1º. modo de ressonância à flexão (b) 1º. modo de ressonância à torção

5 Combinação da Holografia Óptica Eletrônica com o Método de Ressonância Mecânica

O método proposto neste trabalho aplica o procedimento da norma ASTM C1198-91 combinado à técnica de medição por holografia óptica eletrônica. Após medições das propriedades geométricas (espessura, largura e comprimento), e das propriedades de massa do objeto; realiza-se as medições de frequência e a gravação de imagens. As propriedades mecânicas do material e respectivas incertezas, são determinadas através de modelos matemáticos apresentados no transcorrer deste capítulo.

5.1 Determinação do Módulo de Elasticidade

O módulo de elasticidade é determinado através da equação (3-9), rescrita abaixo:

$$E = 0.9465 \left(\frac{m f e^2}{B} \right) \left(\frac{L}{h} \right)^3 T_1$$

(5-1)

5.1.1 Estimativa da Incerteza do Módulo de Elasticidade

O procedimento para estimativa da incerteza do módulo de elasticidade é determinado através da equação (3-16), rescrita abaixo:

$$U_E = \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial h} \right)^2 (U_h)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial B} \right)^2 (U_B)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial L} \right)^2 (U_L)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial m} \right)^2 (U_m)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial f e} \right)^2 (U_{fe})^2}$$

(5-2)

5.2 Determinação do Coeficiente de Poisson

Uma vez obtidos os mapas de fase com informações sobre o campo de deslocamentos, é necessário extrair informações que permitam a quantificação do coeficiente de Poisson. Para tal, a imagem é inicialmente filtrada para remover ruídos eletrônicos e os saltos de fase são removidos de forma a obter o campo de

amplitudes de deslocamento fora do plano para cada ponto sobre a região visualizada da barra medida.

O coeficiente de Poisson é determinado através de três algoritmos, baseados no modelo proposto por Timoshenko e descrito no capítulo 3. Os algoritmos determinam o coeficiente de Poisson da seguinte maneira:

- através da inclinação das assíntotas - Algoritmo "X".
- pela razão entre as segundas derivadas - Algoritmo "C2".
- pela equação do campo de amplitudes de deslocamento - Algoritmo "T".

5.2.1 Localização do centro

Inicialmente é necessário localizar na imagem a posição da origem (vértice das hipérboles), que corresponde ao centro de simetria das franjas. A posição da origem é determinada através de um algoritmo iterativo, robusto e de rápida convergência. A base do algoritmo pode ser visualizada na Figura 5-1.

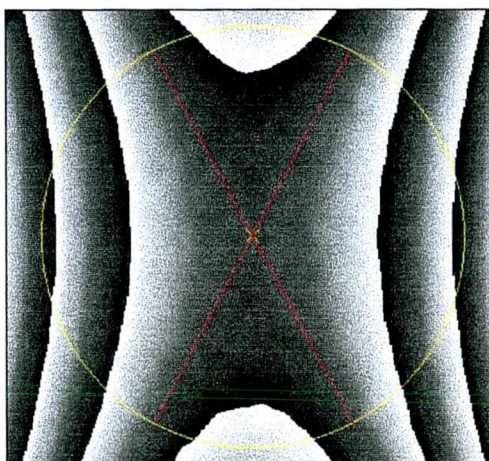


Figura 5-1 – Localização da origem através do anel de pesquisa.

Primeiramente define-se um anel de pesquisa (área de amostragem), centrado em um ponto próximo de onde acredita-se que seja a origem. Os valores correspondente à amplitude da vibração ao longo de todo o anel é extraído em função do ângulo em relação ao seu centro geométrico. O primeiro harmônico da série de Fourier destes valores é então analisado. O anel estará perfeitamente centrado quando ambas as componentes (em seno e em cosseno) do primeiro harmônico se anularem. O termo em cosseno do primeiro harmônico está associado à descentragem em relação à coordenada do eixo "x" e o termo em seno, à

coordenada do eixo “y”. As coordenadas do centro do anel de pesquisa são iterativamente modificadas, onde considera-se a origem determinada, quando ambas as componentes em seno e cosseno do primeiro harmônico estiverem simultaneamente abaixo de uma tolerância preestabelecida. A Figura 5-2, representa graficamente os sinais do primeiro harmônico usados iterativamente para achar a localização do centro dos vértices da hipérbole em função do ângulo medido ao longo do anel.

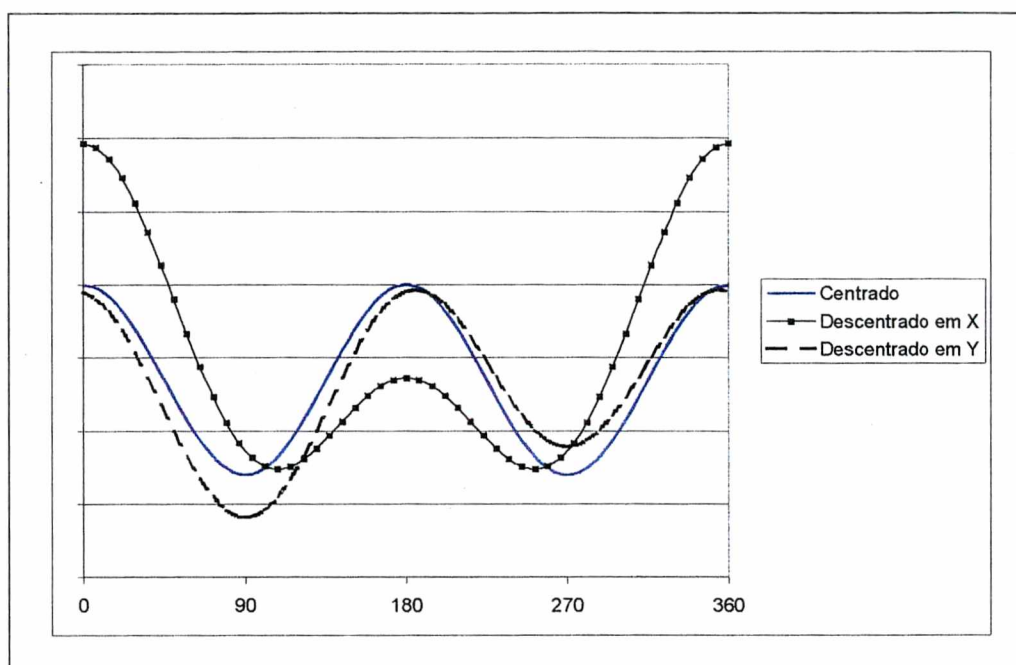


Figura 5-2 – Sinais do primeiro harmônico usados iterativamente para achar a localização do centro dos vértices da hipérbole.

O valor tipicamente adotado para o diâmetro do anel de pesquisa é um pouco menor que a largura da viga, de maneira a evitar as distorções existentes em suas borda, provocadas pela filtragem digital da imagem. Diâmetros muito pequenos tornam o algoritmo muito sensível a ruídos da imagem.

Como aspecto positivo este algoritmo é insensível à eventuais desalinhamento da orientação do corpo de prova em relação ao eixo de referência do sistema de coordenadas sobre a imagem. Em imagens obtidas com holografia eletrônica este algoritmo levou a repetitividade da ordem de 0,2 pixels em ambas as direções, dentro de um intervalo de confiança de 95%.

5.2.2 Determinação do coeficiente de Poisson pela Inclinação das Assíntotas (Algoritmo “X”)

O coeficiente de Poisson pode ser diretamente determinado pelo ângulo α do modelo de Timoshenko, equação (3-8), entre as assíntotas da família de hipérboles e o eixo vertical.

Neste algoritmo o mesmo anel de pesquisa, já centrado em relação à origem, é utilizado (Figura 5-1). Um conjunto de pontos extraídos ao longo de uma linha diametral do anel de pesquisa, orientada segundo um ângulo β em relação a um referencial estabelecido, é adquirido em função da posição ao longo da linha diametral. A estes pontos, ajusta-se a equação de um polinômio de segundo grau. O coeficiente de segunda ordem deste polinômio está associado ao inverso do raio de curvatura da linha contida sobre o diâmetro selecionado. Se o ângulo β coincide com o ângulo das assíntotas da família de hipérboles o valor do coeficiente de segunda ordem do polinômio ajustado é nulo. Caso contrário, o valor do ângulo β é iterativamente alterado através de um algoritmo de Newton-Rapson^[43] até que o valor de β praticamente anule o valor do coeficiente de segunda ordem do polinômio.

A Figura 5-3 esquematiza a configuração do procedimento de pesquisa utilizado pelo algoritmo “X”.

Neste algoritmo o campo de deslocamento é modelado como:

$$w(r) = a_0 + a_1 r + a_2 r^2 \quad (5-3)$$

$w(r)$ = deslocamento fora do plano da viga.

r = posição do ponto medido ao longo da linha diametral.

a_0, a_1, a_2 = parâmetros ou coeficientes de regressão.

Ao final, o valor obtido para β corresponde à orientação de uma assíntota. O procedimento é repetido para a outra assíntota e a diferença entre estes dois ângulos corresponde a $2(90^\circ - \alpha)$, da equação (3-8) de Timoshenko.

O ângulo entre as assíntotas, necessário para determinar o coeficiente de Poisson, é calculado por:

$$\phi = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2}$$

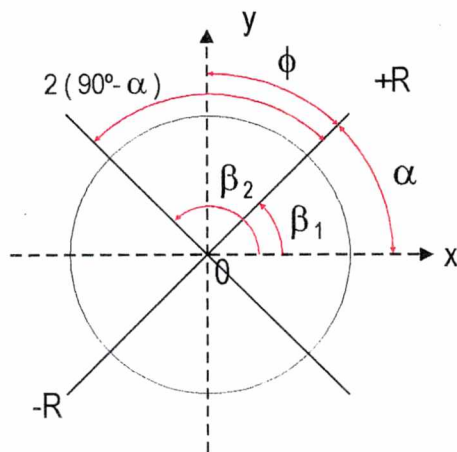
(5-4)

Desta forma, o coeficiente de Poisson é quantificado pela seguinte equação:

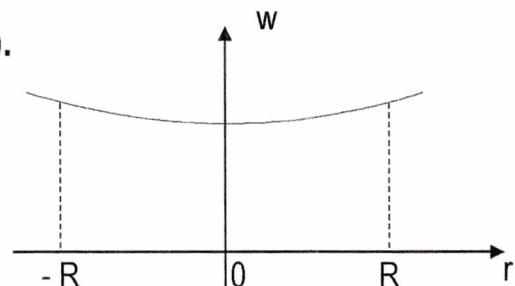
$$\nu = \operatorname{tg}^2 \phi$$

(5-5)

(a).



(b).



(c).

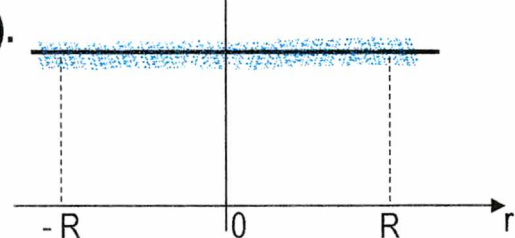


Figura 5-3 – Determinação dos ângulos das assíntotas através do algoritmo “X” para um anel de amostragem de raio “R”. (a) Posição das assíntotas da família de hipérboles (b) Campo de amplitudes de deslocamento fora do plano ao longo de um diâmetro não coincidente com uma assíntota. (c) Campo de amplitudes de deslocamento fora do plano ao longo de um diâmetro coincidente com uma assíntota.

Este algoritmo é também insensível à eventuais desalinhamentos angulares do corpo de prova em relação ao eixo de referência do sistema de coordenadas sobre a imagem.

5.2.2.1 Estimativa da Incerteza do Coeficiente de Poisson pela Inclinação das Assíntotas (Algoritmo “X”)

Para o cálculo de incerteza do coeficiente de Poisson, é necessário determinar a incerteza dos parâmetros da função de interpolação, em seguida a

incerteza de β , posteriormente a incerteza de ϕ , e daí então, a incerteza do coeficiente de Poisson.

A incerteza de cada coeficiente da função ajustada é determinada através da matriz de covariância dos coeficientes associado à variância dos resíduos da função de interpolação. O Anexo B – Regressão Linear e Incertezas para Ajuste de Modelos, mostra como determinar o intervalo de confiança dos coeficientes individuais de regressão através da variância dos resíduos da função ajustada. Desta forma os parâmetros ou coeficientes, são determinados pela expressão:

$$\{a\} = \left[\begin{matrix} [r]^T & [r] \end{matrix} \right]^{-1} [r]^T \{w\} \quad (5-6)$$

e a matriz de covariância destes parâmetros é:

$$[\text{cov}(a)] = \sigma^2 \left[\begin{matrix} [r]^T & [r] \end{matrix} \right]^{-1} \quad (5-7)$$

$\{a\}$ = matriz dos parâmetros a (coeficientes) da equação (5-3)

$\{w\}$ = matriz das amplitudes dos deslocamentos fora do plano da viga

$[\text{cov}(a)]$ = matriz covariância dos parâmetros a

σ^2 = variância dos resíduos de $w(r)$

$[r]$ = matriz que contém as posições ao longo de uma linha diametral (dentro do intervalo $\pm R$)

$[r]^T$ = matriz transposta da matriz $[r]$

A incerteza expandida de cada coeficiente da função de interpolação pode ser escrita como:

$$U_a = t_{\frac{\alpha}{2}, \nu} \sqrt{\sigma^2 C_{j,j}} \quad (5-8)$$

$t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$ = coeficiente da distribuição t-student, com nível de significância $\alpha = 0,05$ e graus de liberdade $\nu = 97$

$C_{j,j}$ = jj-ésimo elemento da matriz $\left[[r]^T [r] \right]^{-1}$

Neste caso α é o nível de significância da distribuição de probabilidade, não tendo nada haver com o α da equação de Timoshenko. Este nível de significância, equivale a dizer que a incerteza calculada tem um intervalo de confiança de 95 %.

O número de graus de liberdade $\nu = 97$ do algoritmo "X" decorre do fato de que são realizadas 100 medidas de $w(r)$ eqüidistantes dentro do limite de $\pm R$ e, como são determinados três coeficientes da função de interpolação, o número de graus de liberdade das medições torna-se igual a 97 ($97 = 100 - 3$). Neste caso o coeficiente t-student é aproximadamente igual a 2.

Como o algoritmo modifica iterativamente β até que o coeficiente a_2 seja nulo, então a variação de a_2 em relação à variação de β é requerida. Após a determinação das assíntotas, determina-se a sensibilidade do coeficiente a_2 em relação ao ângulo β , da seguinte forma:

$$\frac{\partial a_2}{\partial \beta} \cong \frac{\Delta a_2}{\Delta \beta}$$

(5-9)

Das equações (5-8) e (5-9), a incerteza de β pode ser calculada:

$$U_{\beta} = \left(\frac{\Delta a_2}{\Delta \beta} \right)^{-1} U_{a_2} \cong 2 \left(\frac{\Delta a_2}{\Delta \beta} \right)^{-1} \sqrt{\sigma^2 C_{2,2}}$$

(5-10)

U_{β} = incerteza expandida do ângulo β

U_{a_2} = incerteza expandida do coeficiente a_2

$\left(\frac{\Delta a_2}{\Delta \beta} \right)$ = Sensibilidade ou variação de a_2 em relação ao ângulo β , determinado pelo algoritmo "X"

Da equação (5-4), a incerteza de ϕ pode ser expressa em relação a β_1 e a β_2 , da seguinte maneira:

$$U_{\phi} = \sqrt{\frac{U_{\beta_1}^2 + U_{\beta_2}^2}{4}}$$

(5-11)

U_{β_1} e U_{β_2} = incerteza expandida do ângulo β_1 e β_2 respectivamente, determinadas através da equação (5-10)

A incerteza expandida do coeficiente de Poisson pode ser representada em função da incerteza de ϕ :

$$U_v = \left(\frac{\partial v}{\partial \phi} \right) U_{\phi}$$

(5-12)

Das equações (5-5) e (5-12), tem-se que a incerteza do coeficiente de Poisson determinado pelo algoritmo “X”, pode ser determinado por:

$$U_v = 2 \tan \phi \left(1 + \tan^2 \phi \right) U_{\phi}$$

(5-13)

5.2.3 Determinação do coeficiente de Poisson pela Razão entre as Segundas Derivadas (Algoritmo “C2”)

Alternativamente o coeficiente de Poisson pode ser estimado pela razão entre as segundas derivadas espaciais (idealmente em “x” e em “y”) da superfície que descreve o campo de amplitude de deslocamentos fora do plano. Verifica-se que as segundas derivadas da equação (3-7), em relação a “x” e “y” são, respectivamente, os coeficientes A e –B, cuja razão reduz-se ao coeficiente de Poisson.

Para estimar o coeficiente de Poisson este algoritmo adquire dados ao longo de duas linhas diametrais do anel de amostragem, orientadas respectivamente segundo a bissetriz das assíntotas determinadas pelo algoritmo “X”, e a 90° em relação à esta orientação. Nestas orientações as segundas derivadas assumem os valores máximo e mínimo. Se a imagem estiver corretamente alinhada, estas direções coincidem com as dos eixos “x” e “y”. Caso contrário, um novo sistema de coordenadas “x” e “y” pode ser definido de forma a coincidir com cada uma das bissetrizes. Um polinômio de segundo grau é ajustado para cada conjunto de dados,

sendo um para cada orientação. A razão entre as segundas derivadas espaciais de cada polinômio, calculadas no centro do anel de amostragem, é usada para estimar o coeficiente de Poisson conforme apresentado na equação (3-8) de Timoshenko.

A Figura 5-5, mostra a posição das linhas bissetrizes das assíntotas da família de hipérboles, na região delimitada pelo anel de pesquisa centrado na origem da imagem

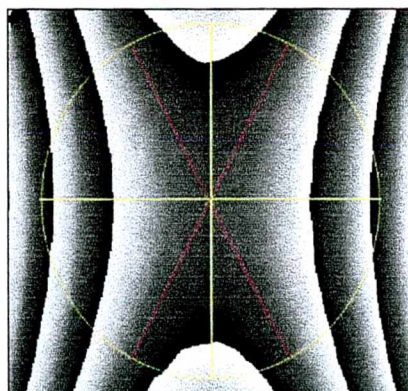


Figura 5-4 – Posição das linhas bissetrizes das assíntotas da família de hipérboles, na região delimitada pelo anel de amostragem centrado na origem da imagem (Algoritmo “C2”)

O modelo matemático utilizado por este algoritmo é representado por dois polinômios de segunda ordem, que interpolam o campo de amplitudes de deslocamento fora do plano em relação aos eixos “x” e “y”, na seguinte forma:

$$w_x(r) = a_{x0} + a_{x1}r + a_{x2}r^2 \quad (5-14)$$

e,

$$w_y(r) = a_{y0} + a_{y1}r + a_{y2}r^2 \quad (5-15)$$

$w_x(r)$ = amplitudes de deslocamento fora do plano da viga descrita sobre a linha diametral alinhada com o eixo “x”.

$w_y(r)$ = amplitudes de deslocamento fora do plano da viga descrita sobre a linha diametral alinhada com o eixo “y”.

r = posição ao longo de cada linha diametral tendo por origem o centro do anel de amostragem.

a_{x0} , a_{x1} , a_{x2} são os parâmetros ou coeficientes de regressão em relação à linha diametral orientada segundo o eixo “x”.

a_{y0} , a_{y1} , a_{y2} são os parâmetros ou coeficientes de regressão em relação à linha diametral orientada segundo o eixo “y”.

O coeficiente de Poisson é quantificado pela equação (3-8) de Timoshenko, rescrita abaixo:

$$\nu = \frac{\partial^2 w_y / \partial y^2}{\partial^2 w_x / \partial x^2}$$

(5-16)

Das equações (5-14) e (5-15), tem-se:

$$\nu = \frac{a_{2y}}{a_{2x}}$$

(5-17)

Este algoritmo também é insensível à eventuais desalinhamentos angulares do corpo de prova e o eixo de referência do sistema de coordenadas sobre a imagem.

5.2.3.1 Estimativa da Incerteza do Coeficiente de Poisson pela Razão entre as Segundas Derivadas (Algoritmo “C2”)

Para o cálculo de incerteza do coeficiente de Poisson, é necessário determinar a incerteza dos parâmetros das funções de interpolação.

A incerteza individual dos coeficientes da função ajustada, é determinada através da matriz de covariância dos coeficientes associado à variância dos resíduos da função de interpolação. O Anexo B – Regressão Linear e Incertezas para Ajuste de Modelos, mostra como determinar o intervalo de confiança dos coeficientes individuais de regressão através da variância dos resíduos da função ajustada. Desta forma os parâmetros ou coeficientes, são determinados pela expressão:

$$\{a\} = \left[\begin{matrix} [r]^T & [r] \end{matrix} \right]^{-1} [r]^T \{w\}$$

(5-18)

e a matriz de covariância destes parâmetros é:

$$[\text{cov}(a)] = \sigma^2 [[r]^T [r]]^{-1}$$

(5-19)

$\{a\}$ = matriz dos parâmetros a da equação (5-14) ou (5-15)

$\{w\}$ = matriz que contém as amplitudes dos deslocamentos fora do plano medidos ao longo de uma linha diametral

$[\text{cov}(a)]$ = matriz covariância dos parâmetros a

σ^2 = variância dos resíduos de $w(r)$

$[r]$ = matriz que contém as posições ao longo de uma linha diametral (dentro do intervalo $\pm R$)

$[r]^T$ = matriz transposta da matriz $[r]$

A incerteza expandida de cada coeficiente de regressão, pode ser escrita como:

$$U_a = t_{\frac{\alpha}{2}, \nu} \sqrt{\sigma^2 C_{j,j}}$$

(5-20)

$t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$ = coeficiente da distribuição t-student, com nível de significância $\alpha = 0,05$ e grau de liberdade $\nu = 97$

$C_{j,j}$ = jj-ésimo elemento da matriz $[[r]^T [r]]^{-1}$

Este algoritmo também realiza 100 medidas de $w(r)$ eqüidistantes dentro do limite de $\pm R$, tendo assim, o número de graus de liberdade igual a 97 e coeficiente t-student aproximadamente igual a 2.

Da equação (5-17), a incerteza expandida do coeficiente de Poisson pode ser escrita como:

$$U_v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial a_{2y}}\right)^2 U_{a_{2y}}^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial a_{2x}}\right)^2 U_{a_{2x}}^2}$$

(5-21)

ou, de forma simplificada:

$$U_v = \frac{a_{2y}}{a_{2x}} \sqrt{\left(\frac{U_{a_{2y}}}{a_{2y}}\right)^2 + \left(\frac{U_{a_{2x}}}{a_{2x}}\right)^2}$$

(5-22)

5.2.4 Determinação do coeficiente de Poisson pela Equação do Campo de Amplitudes de Deslocamentos (Algoritmo “T”)

Uma vez determinada a posição da origem, a equação (3-7), é ajustada ao campo de deslocamentos medido pelo método dos mínimos quadrados. Apenas dados de uma região retangular definida pelo usuário em torno da origem, são considerados no ajuste desta equação. As dimensões da região de amostragem são relativamente limitadas: a altura do retângulo da região de amostragem é um pouco menor da largura da viga e sua largura é suficiente para conter o “X” da imagem mais uma ou duas franjas, isto para que a influência dos ruídos no sinal de medição sejam reduzidos. A Figura 5-5 ilustra a região retangular de amostragem.

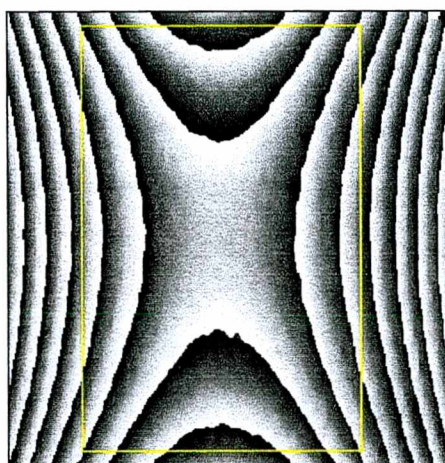


Figura 5-5 – Região retangular de amostragem para interpolação da equação do campo de amplitudes de deslocamento (Algoritmo “T”)

O modelo matemático utilizado por este algoritmo é o mesmo apresentado na equação (3-7), rescrito da seguinte forma:

$$w(x, y) = A_0 + A_1 X_1 + A_2 X_2$$

(5-23)

$w(x,y)=$ amplitude do campo de deslocamentos fora do plano da viga em função das coordenadas “x” e “y”.

$X_1=$ coordena ao quadrado em relação ao eixo “x” ($X_1 = x^2$).

$X_2=$ coordena ao quadrado em relação ao eixo “y” ($X_2 = y^2$).

$A_0, A_1, A_2=$ parâmetros ou coeficientes de regressão.

Da equação (3-8) verifica-se que o coeficiente de Poisson é quantificado pela seguinte expressão:

$$\nu = \frac{A_2}{A_1}$$

(5-24)

É muito importante que o alinhamento angular entre o corpo de prova e o eixo de referência do sistema de coordenadas sobre a imagem seja cuidadosamente mantido.

5.2.4.1 Estimativa da Incerteza do Coeficiente de Poisson pela Equação do Campo de Deslocamentos (Algoritmo “T”)

Para o cálculo de incerteza do coeficiente de Poisson é necessário determinar a incerteza dos parâmetros da função de interpolação.

A incerteza individual dos coeficientes da função ajustada é determinada através da matriz de covariância dos coeficientes associado à variância dos resíduos da função de interpolação. O Anexo B – Regressão Linear e Incertezas para Ajuste de Modelos, mostra como determinar o intervalo de confiança dos coeficientes individuais de regressão através da variância dos resíduos da função ajustada. Desta forma os parâmetros ou coeficientes, são determinados pela expressão:

$$\{A\} = \left[[X]^T [X] \right]^{-1} [X]^T \{w\}$$

(5-25)

e a matriz de covariância destes parâmetros é:

$$[\text{cov}(A)] = \sigma^2 \left[[X]^T [X] \right]^{-1}$$

(5-26)

- $\{A\}$ = matriz dos parâmetros A da equação (5-23).
 $\{w\}$ = matriz das amplitudes dos deslocamentos fora do plano da viga
 $[\text{cov}(A)]$ = matriz covariância dos parâmetros A
 σ^2 = variância dos resíduos de $w(x,y)$
 $[X]$ = matriz com as coordenadas “x” e “y” dos dados medidos dentro da região retangular de amostragem
 $[X]^T$ = matriz transposta da matriz $[X]$

A incerteza expandida de cada coeficiente da função de interpolação, é dado por:

$$U_A = t_{\frac{\alpha}{2}, \nu} \sqrt{\sigma^2 C_{j,j}}$$

(5-27)

$t_{\frac{\alpha}{2}, \nu}$ = coeficiente da distribuição t-student, com nível de significancia $\alpha = 0,05$ e número de graus de liberdade $\nu = 1597$

$C_{j,j}$ = jj-ésimo elemento da matriz $[X]^T [X]$

Este algoritmo realiza 1600 medidas de $w(x,y)$, em uma malha de 40x40 pontos dentro da área retangular de amostragem. O número de graus de liberdade das medições torna-se igual a 1597, e o coeficiente t-student adotado, é aproximadamente igual a 2.

Da equação (5-24), obtém-se a incerteza expandida do coeficiente de Poisson pela seguinte expressão:

$$U_v = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial A_2}\right)^2 U_{A_2}^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial A_1}\right)^2 U_{A_1}^2}$$

(5-28)

simplificada na seguinte forma:

$$U_v = \frac{A_2}{A_1} \sqrt{\left(\frac{U_{A_2}}{A_2}\right)^2 + \left(\frac{U_{A_1}}{A_1}\right)^2}$$

(5-29)

5.2.5 Determinação do Módulo de Torção

Para o método proposto, o módulo de torção é simplesmente determinado através da relação entre o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson para materiais isotrópicos, conforme relação abaixo:

$$G = \frac{E}{2(\nu+1)}$$

(5-30)

5.2.5.1 Estimativa da Incerteza do Módulo de Torção

A incerteza expandida do módulo de torção é obtida da equação (5-30), como:

$$U_G = \sqrt{\left(\frac{\partial G}{\partial E}\right)^2 (U_E)^2 + \left(\frac{\partial G}{\partial \nu}\right)^2 (U_\nu)^2}$$

(5-31)

ou ainda:

$$U_G = \frac{E}{2(\nu+1)} \sqrt{\left(\frac{U_E}{E}\right)^2 + \left(\frac{U_\nu}{2(\nu+1)}\right)^2}$$

(5-32)

6 Avaliação dos Algoritmos Desenvolvidos Através de Simulação Numérica

Os algoritmos desenvolvidos para determinação do coeficiente de Poisson são submetidos a mapas de fase simulados, com características controladas, para verificação da sua validade e estimativa das suas incertezas. Através das simulações foi possível verificar quais os fatores que mais influenciaram na quantificação no coeficiente de Poisson. Como o modelo adotado para as vigas, é a de condição livre no espaço, a barra é então apoiada sobre seus nós de vibração, para que não ocorra influência sobre o modelo dinâmico adotado. Assim sendo, algumas questões podem ser levantadas:

- O que aconteceria na quantificação do coeficiente de Poisson caso uma imagem ruidosa fosse obtida por holografia óptica eletrônica?
- O que aconteceria na quantificação do coeficiente de Poisson se além da viga estar vibrando houvesse uma inclinação do plano relativo a ela?
- O filtro digital aplicado às imagens, interfere na quantificação do coeficiente de Poisson?

Respostas para estas perguntas são avaliadas neste capítulo por meio de simulação de mapas de fase ideais e influenciados por fatores controlados e conhecidos.

O coeficiente de Poisson é quantificado pelos algoritmos apresentados neste trabalho, e comparações dos resultados são apresentadas. Os fatores de influência a serem analisados são os seguintes:

- simulação do mapa de fase sem nenhum fator de influência (imagem pura).
- simulação do mapa de fase com ruído óptico.
- simulação do mapa de fase com ruído óptico e deslocamento constante do plano.
- simulação do mapa de fase com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação do plano em "x".

- simulação do mapa de fase com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação do plano em “y”.
- simulação do mapa de fase com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação do plano em “x” e em “y”.

A Tabela 6-I apresenta a identificação utilizada para os fatores de influência.

Tabela 6-I – Identificação dos fatores de influência nas imagens

Descrição	Identificação
imagem pura	IP
imagem com ruído óptico	RO
imagem com ruído ópt. + desl. Const.	DC
imagem com ruído ópt. + desl. Const.+ incl. em “x”	DX
imagem com ruído ópt. + desl. Const.+ incl. em “y”	DY
imagem com ruído ópt. + desl. Const.+ incl. em “x” e “y”	XY

Todas as simulações consideram amplitude máxima na origem de 4 µm e coeficiente de Poisson igual a 0,270.

6.1 Modelo Matemático de Simulação

A equação para a simulação dos mapas de fase é escrita da seguinte forma:

$$W_{(x,y)} = I_1 + I_2 F_{(x,y)} + N \text{rnd}_{(1)} \quad (6-1)$$

$$F_{(x,y)} = A(x - x_0)^2 + B(y - y_0)^2 + C \quad (6-2)$$

valor adotado

$W_{(x,y)}$ =	nível de cinza do mapa de fase	
I_1 =	nível de fundo da imagem (entre 0 e 255).....	127
I_2 =	nível de modulação da imagem (entre 0 e 255)	127
N =	intensidade do ruído óptico (entre 0 e 255)	120

$rnd_{(1)}$ = função geradora de números aleatórios entre 0 e 1

$F_{(x,y)}$ = função de amplitudes de deslocamento dada por Timoshenko

A = constante multiplicativa 0.001000

x = coordenada "x" da imagem

x_0 = coordenada "x" da origem da imagem 319 píxeis

B = constante multiplicativa -0.000270

y = coordenada "y" da imagem

y_0 = coordenada "y" da origem da imagem 239 píxeis

C = amplitude do deslocamento na origem 4 μm

Para os deslocamentos e/ou inclinações somados à imagem simulada, utiliza-se da mesma equação (6-1), alterando-se a função $F_{(x,y)}$ para a equação do plano:

$$F_{(x,y)} = Ax + By + C$$

(6-3)

6.2 Imagem Pura

A Figura 6-1 apresenta o mapa de fase de uma simulação pura. Neste caso o valor de N , na equação (6-1), é igual a zero.

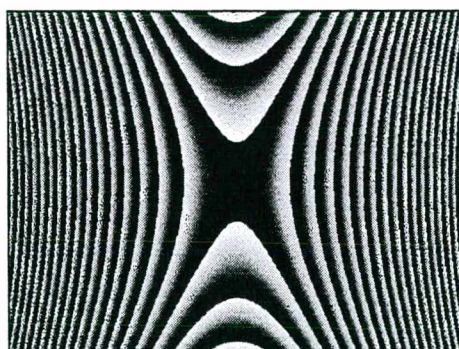


Figura 6-1 – Imagem pura

A quantificação do coeficiente de Poisson em função dos algoritmos de medição desenvolvidos e as respectivas incertezas, com nível de confiança de 95 %, são apresentadas na Tabela 6-II.

Tabela 6-II – Quantificação do Coeficiente de Poisson - Imagem Pura

Método	ν	U_ν	obs.
X	0.2699	± 0.0003	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2699	± 0.0004	
T	0.2700	± 0.0007	região retangular

6.3 Imagem com Ruído Óptico

A Figura 6-2 apresenta o mapa de fase de uma simulação com ruído óptico. Neste caso o valor de N , na equação (6-1), é igual a 120 níveis de cinza. As imagens filtradas são apresentadas na Figura 6-3. A quantificação do coeficiente de Poisson em função dos algoritmos de medição desenvolvidos e as respectivas incertezas, com nível de confiança de 95 %, são apresentadas na Tabela 6-III.

Tabela 6-III – Quantificação do Coeficiente de Poisson - Imagem com Ruído Óptico

Método	ν	U_ν	Filtragem da imagem	Obs.
X	0.2681	± 0.0010	Filtro passa baixas com frequência de corte 125 x 60	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2702	± 0.0025		região retangular
T	0.2702	± 0.0010		
X	0.2680	± 0.0007	Filtro passa baixas com frequência de corte 100 x 30	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2708	± 0.0017		região retangular
T	0.2700	± 0.0008		

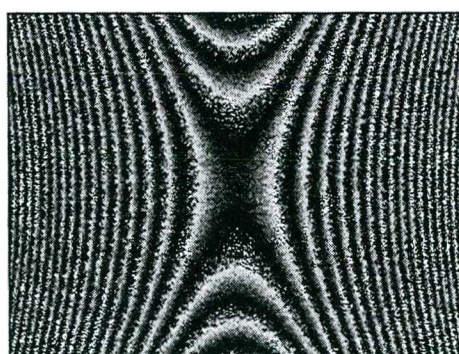


Figura 6-2 – Imagem com ruído óptico

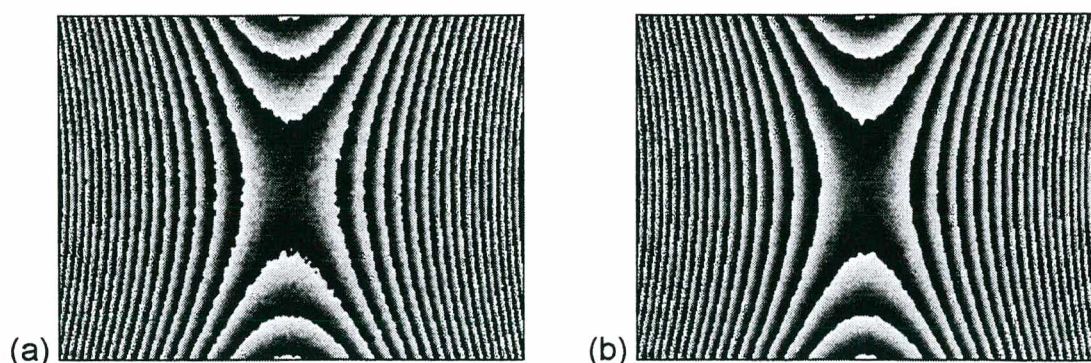


Figura 6-3 – Imagens com ruído óptico filtradas.

(a) filtro passa baixas 125x60. (b) filtro passa baixas 100x30

6.4 Imagem com Ruído Óptico e Deslocamento Constante

A Figura 6-4 apresenta o mapa de fase de uma simulação com ruído óptico somada a um valor constante de deslocamento. Neste caso o valor de N , na equação (6-1), é igual a 120. Os coeficientes A , B e C da equação (6-3), são 0, 0 e 1, respectivamente.

As imagens filtradas são apresentadas na Figura 6-5. A quantificação do coeficiente de Poisson em função dos algoritmos de medição desenvolvidos e as respectivas incertezas, com nível de confiança de 95 %, são apresentados na Tabela 6-IV.

Tabela 6-IV – Quantificação do Coeficiente de Poisson - Imagem com Ruído Óptico e Deslocamento Constante

Método	ν	U_ν	filtragem da imagem	Obs.
X	0.2686	± 0.0011	filtro passa baixas com frequência de corte 125 x 60	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2710	± 0.0026		região retangular
T	0.2701	± 0.0009		
X	0.2685	± 0.0008	filtro passa baixas com frequência de corte 100 x 30	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2706	± 0.0017		região retangular
T	0.2699	± 0.0008		

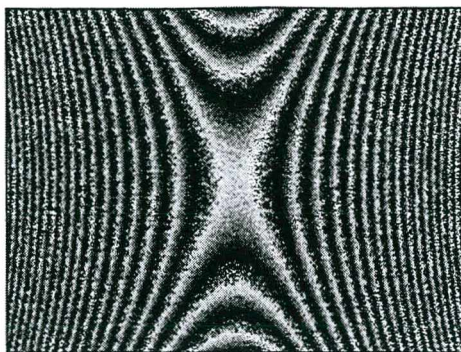


Figura 6-4— Imagem com ruído óptico e deslocamento constante adicionado

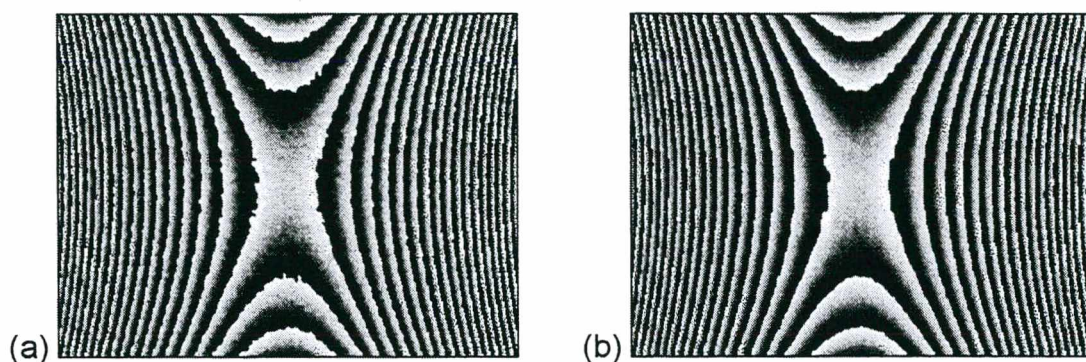


Figura 6-5— Imagens com ruído óptico e deslocamento constante, filtradas.

(a) filtro passa baixas 125x60. (b) filtro passa baixas 100x30

6.5 Imagem com Ruído Óptico, Deslocamento Constante e Inclinação em “X” do Plano

A Figura 6-6 apresenta o mapa de fase de uma simulação com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo “x” do plano. Neste caso o valor de N , na equação (6-1), é igual a 120. Os coeficientes A , B e C da equação (6-3), são 0.1, 0 e 1, respectivamente.

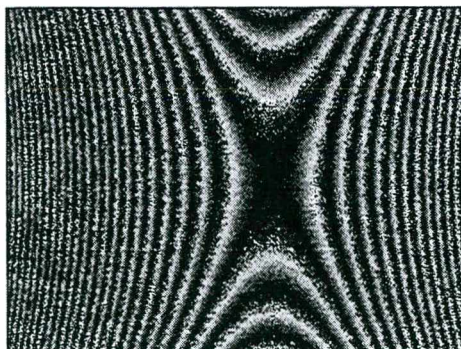


Figura 6-6— Imagem com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo “x”

A Figura 6-7 apresenta o plano de deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo "x", somado à imagem simulada com ruído da Figura 6-2 – Imagem com ruído óptico. As imagens filtradas são apresentadas na Figura 6-8. A quantificação do coeficiente de Poisson em função dos algoritmos de medição desenvolvidos e as respectivas incertezas, com nível de confiança de 95 %, são apresentados na Tabela 6-V.

Tabela 6-V– Quantificação do Coeficiente de Poisson - Imagem com Ruído Óptico, Deslocamento Constante e inclinação em Relação a "X" do Plano

Método	ν	U_ν	filtragem da imagem	obs.
X	0.2702	± 0.0011	filtro passa baixas com frequência de corte 125 x 60	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2704	± 0.0025		
T	0.2702	± 0.0010		região retangular
X	0.2713	± 0.0007	filtro passa baixas com frequência de corte 100 x 30	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2717	± 0.0016		
T	0.2707	± 0.0008		região retangular

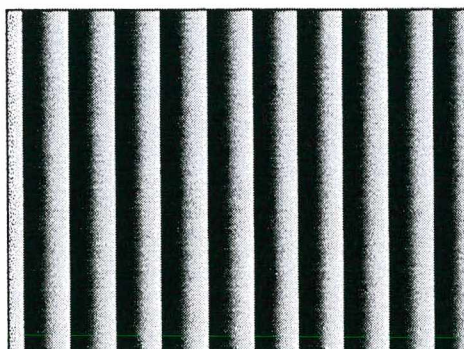


Figura 6-7 – Plano de deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo "x"

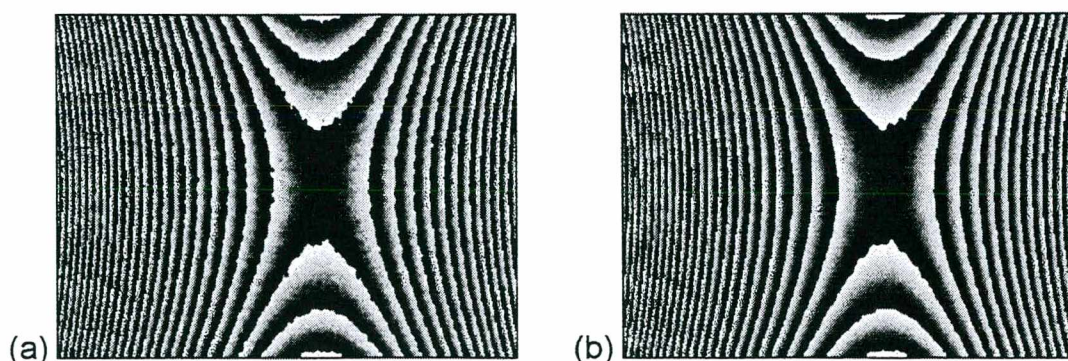


Figura 6-8– Imagens com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação em relação a "x" do plano, filtradas. (a) filtro 125x60. (b) filtro 100x30

6.6 Imagem com Ruído Óptico, Deslocamento Constante e Inclinação em “Y” do Plano

A Figura 6-9 apresenta o mapa de fase de uma simulação com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo “y” do plano. Neste caso o valor de N , na equação (6-1), é igual a 120. Os coeficientes A , B e C da equação (6-3), são 0, 0.025 e 1, respectivamente.

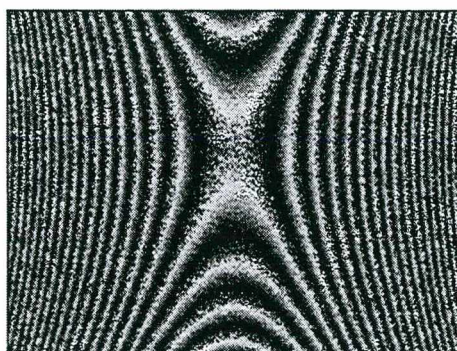


Figura 6-9– Imagem com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo “y”

A Figura 6-10 apresenta o plano de deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo “y”, somado à imagem simulada com ruído da Figura 6-2 – Imagem com ruído óptico. As imagens filtradas são apresentadas na Figura 6-11. A quantificação do coeficiente de Poisson em função dos algoritmos de medição desenvolvidos e as respectivas incertezas, com nível de confiança de 95 %, são apresentados na Tabela 6-VI.

Tabela 6-VI– Quantificação do Coeficiente de Poisson - Imagem com Ruído Óptico, Deslocamento Constante e inclinação em Relação a “Y” do Plano

Método	ν	U_ν	filtragem da imagem	obs.
X	0.2707	± 0.0028	filtro passa baixas com frequência de corte 125 x 60	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2737	± 0.0051		região retangular
T	0.2706	± 0.0014		
X	0.2713	± 0.0016	filtro passa baixas com frequência de corte 100 x 30	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2711	± 0.0030		região retangular
T	0.2700	± 0.0011		

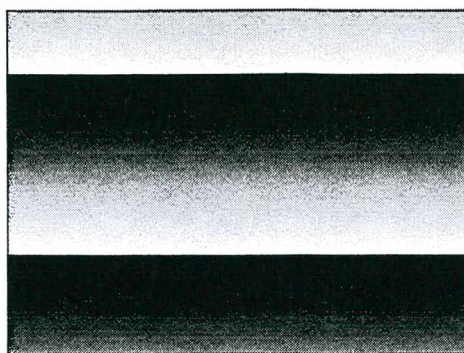


Figura 6-10 – Plano de deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo “y”

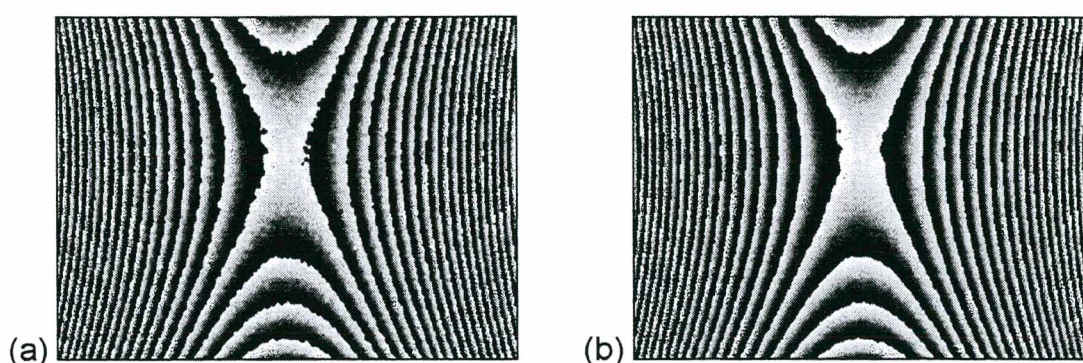


Figura 6-11– Imagens com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação em relação a “y” do plano, filtradas. (a) filtro passa baixas 125x60. (b) filtro passa baixas 100x30

6.7 Imagem com Ruído Óptico, Deslocamento Constante e Inclinação em “X” e “Y” do Plano

A Figura 6-12 apresenta o mapa de fase de uma simulação com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo “x” e “y” do plano. Neste caso o valor de N , na equação (6-1), é igual a 120. Os coeficientes A , B e C da equação (6-3), são 0.1, 0.025 e 1, respectivamente.

A Figura 6-13 apresenta o plano de deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo “x” e “y”, somado à imagem simulada com ruído da Figura 6-2 – Imagem com ruído óptico

As imagens filtradas são apresentadas na Figura 6-14. A quantificação do coeficiente de Poisson em função dos algoritmos de medição desenvolvidos e as respectivas incertezas, com nível de confiança de 95 %, são apresentados na Tabela 6-VII.

Tabela 6-VII– Quantificação do Coeficiente de Poisson - Imagem com Ruído Óptico, Deslocamento Constante e inclinação em Relação a “XY” do Plano

Método	ν	U_ν	filtragem da imagem	obs.
X	0.2688	± 0.0016	filtro passa baixas com frequência de corte 125 x 60	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2717	± 0.0036		região retangular
T	0.2705	± 0.0013		
X	0.2692	± 0.0009	filtro passa baixas com frequência de corte 100 x 30	círculo de medição próximo às bordas
C2	0.2706	± 0.0023		região retangular
T	0.2703	± 0.0010		

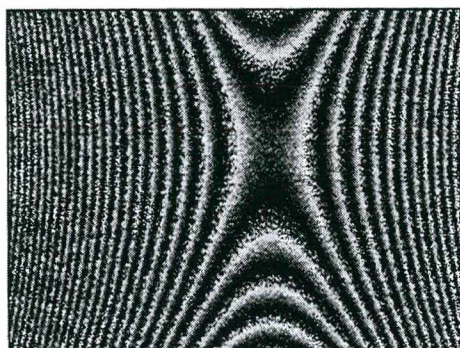


Figura 6-12– Imagem com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo “xy”



Figura 6-13 – Plano de deslocamento constante e inclinação em relação ao eixo “xy”

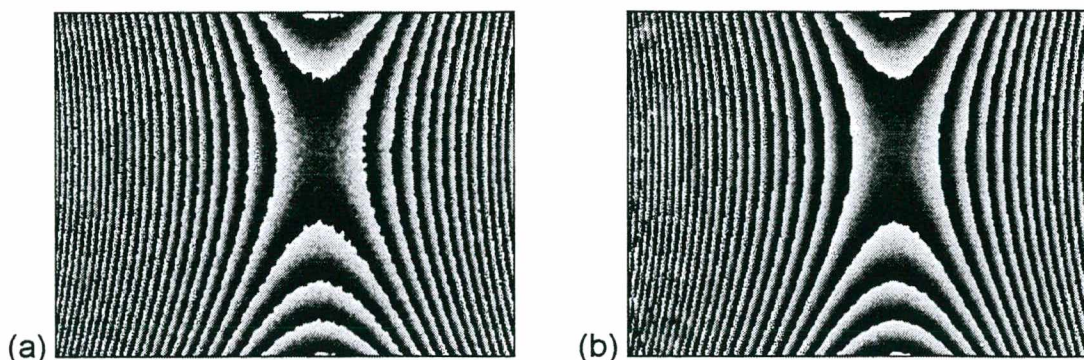


Figura 6-14— Imagem com ruído óptico, deslocamento constante e inclinação em relação a “x” e “y” do plano, filtradas. (a) filtro passa baixas 125x60. (b) filtro passa baixas 100x30

6.8 Discussão

As análises realizadas mostram que os fatores de influência na imagem (ruído óptico e deslocamentos do plano) alteram significativamente o valor do coeficiente de Poisson. Em termos práticos estas influências são mais de ordem aleatória do que sistemática, sendo assim, os métodos apresentam incertezas aceitáveis para a quantificação do coeficiente de Poisson.

A Tabela 6-VIII, agrupa os resultados de todas as simulações realizadas. Os dados foram medidos dentro de uma área de amostragem o mais próximo possível das bordas da imagem (algoritmos “X” e “C2”). A área de amostragem retangular do algoritmo “T” também era o mais próximo possível das bordas no sentido do eixo “y”, e envolvia as duas abscissas da imagem mais uma ou duas franjas adjacentes no sentido do eixo “x”. As respectivas incertezas são provenientes dos resíduos das funções interpoladas. A Figura 6-16, apresenta graficamente os resultados.

Analisando-se os algoritmos para a imagem pura, observa-se que eles apresentam incertezas inerentes ao processo de medição. Neste caso os algoritmos quantificam adequadamente o valor do coeficiente de Poisson, mas com uma componente aleatória em média de 0,0005 (Tabela 6-II). Esta componente aleatória corresponde à incerteza numérica dos algoritmos.

Nota-se que quanto mais fraco for o filtro digital aplicado à imagem, isto é, maior a frequência de corte, maior é a componente aleatória da medição. Este fato é observado em todos os algoritmos. Por um outro lado, quanto mais forte for o filtro aplicado (menor frequência de corte), a imagem filtrada fica com a aparência mais

“limpa”, porem observa-se distorções nas bordas da imagem. Recomenda-se portanto, que ao transformar os pontos medidos da imagem para o campo de Fourier, o tamanho do filtro deve ser entorno de 25 % a 50 % maior que a nuvem de pontos de baixa frequência apresentada pela transformação da imagem. A Figura 6-15, mostra um tamanho típico recomendado de filtro no plano de Fourier.

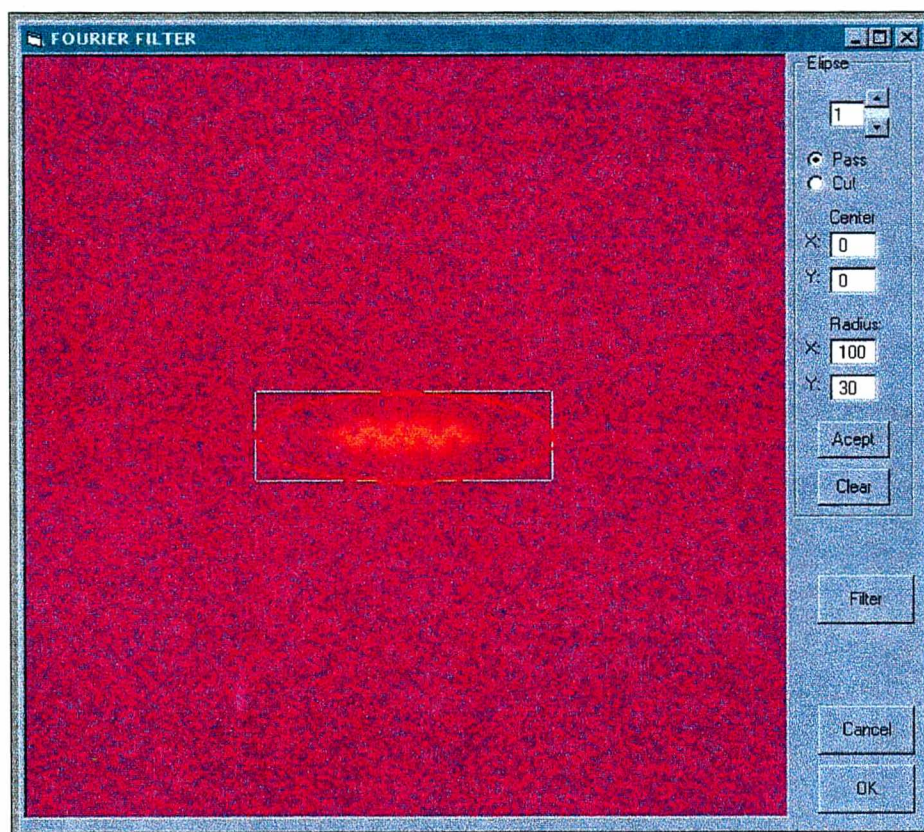


Figura 6-15 – Tamanho típico do filtro digital recomendado, no campo de Fourier.

Além da componente aleatória, observa-se que em média os algoritmos “X” e “T”, apresentam desvios (componente sistemática), de -0,0005 e 0,0002 respectivamente. Já o algoritmo “C2”, dependendo da influência sofrida pela imagem e do grau do filtro aplicado, os desvios tendem a ser maiores e mais dispersos. Em média a componente sistemática é de 0.0011.

Pode-se observar que o algoritmo “T” é o mais consistente à simulação, apresentando incertezas não maiores que 0,0020. Não deve-se esquecer que ao utilizá-lo num processo de medição, o corpo sob teste deve estar bem alinhado em relação à câmara de TV.

Tabela 6-VIII – Dados de Medição do coeficiente do Poisson simulado pelos algoritmos estudados em função da componente aleatória das imagens e do filtro digital aplicado. Incerteza de medição com nível de 95 %

Identif.	Filtro	ν_x	U_{ν_x}	ν_{C2}	$U_{\nu_{C2}}$	ν_T	U_{ν_T}
IP	--	0.2699	± 0.0003	0.2699	± 0.0004	0.2700	± 0.0007
RO	100x30	0.2680	± 0.0007	0.2708	± 0.0017	0.2700	± 0.0008
RO	125x60	0.2681	± 0.0010	0.2702	± 0.0025	0.2702	± 0.0010
DC	100x30	0.2685	± 0.0008	0.2706	± 0.0017	0.2699	± 0.0008
DC	125x60	0.2686	± 0.0011	0.2710	± 0.0026	0.2701	± 0.0009
DX	100x30	0.2713	± 0.0007	0.2717	± 0.0016	0.2707	± 0.0008
DX	125x60	0.2702	± 0.0011	0.2704	± 0.0025	0.2702	± 0.0010
DY	100x30	0.2713	± 0.0016	0.2711	± 0.0030	0.2700	± 0.0011
DY	125x60	0.2707	± 0.0028	0.2737	± 0.0051	0.2706	± 0.0014
XY	100x30	0.2692	± 0.0009	0.2706	± 0.0023	0.2703	± 0.0010
XY	125x60	0.2688	± 0.0016	0.2717	± 0.0036	0.2705	± 0.0013

Outra análise de grande importância refere-se aos resultados apresentados na Tabela 6-IX. Nesta, os resultados referem-se à média dos coeficientes de Poisson de cada imagem filtrada (100x30), em função de diferentes tamanhos de área de amostragem de medição.

Tabela 6-IX – Dados de Medição do coeficiente do Poisson simulado pelos algoritmos estudados em função da repetitividade da área de amostragem das imagens. Incerteza de medição com nível de confiança de 95 %. – Filtro Aplicado: 100x30

Identif.	ν_x	U_{ν_x}	ν_{C2}	$U_{\nu_{C2}}$	ν_T	U_{ν_T}
IP	0.2702	± 0.0006	0.2700	± 0.0001	0.2701	± 0.0003
RO	0.2682	± 0.0022	0.2700	± 0.0015	0.2700	± 0.0012
DC	0.2690	± 0.0012	0.2702	± 0.0010	0.2708	± 0.0014
DX	0.2720	± 0.0015	0.2714	± 0.0017	0.2698	± 0.0010
DY	0.2712	± 0.0024	0.2706	± 0.0023	0.2702	± 0.0016
XY	0.2700	± 0.0015	0.2732	± 0.0032	0.2698	± 0.0020

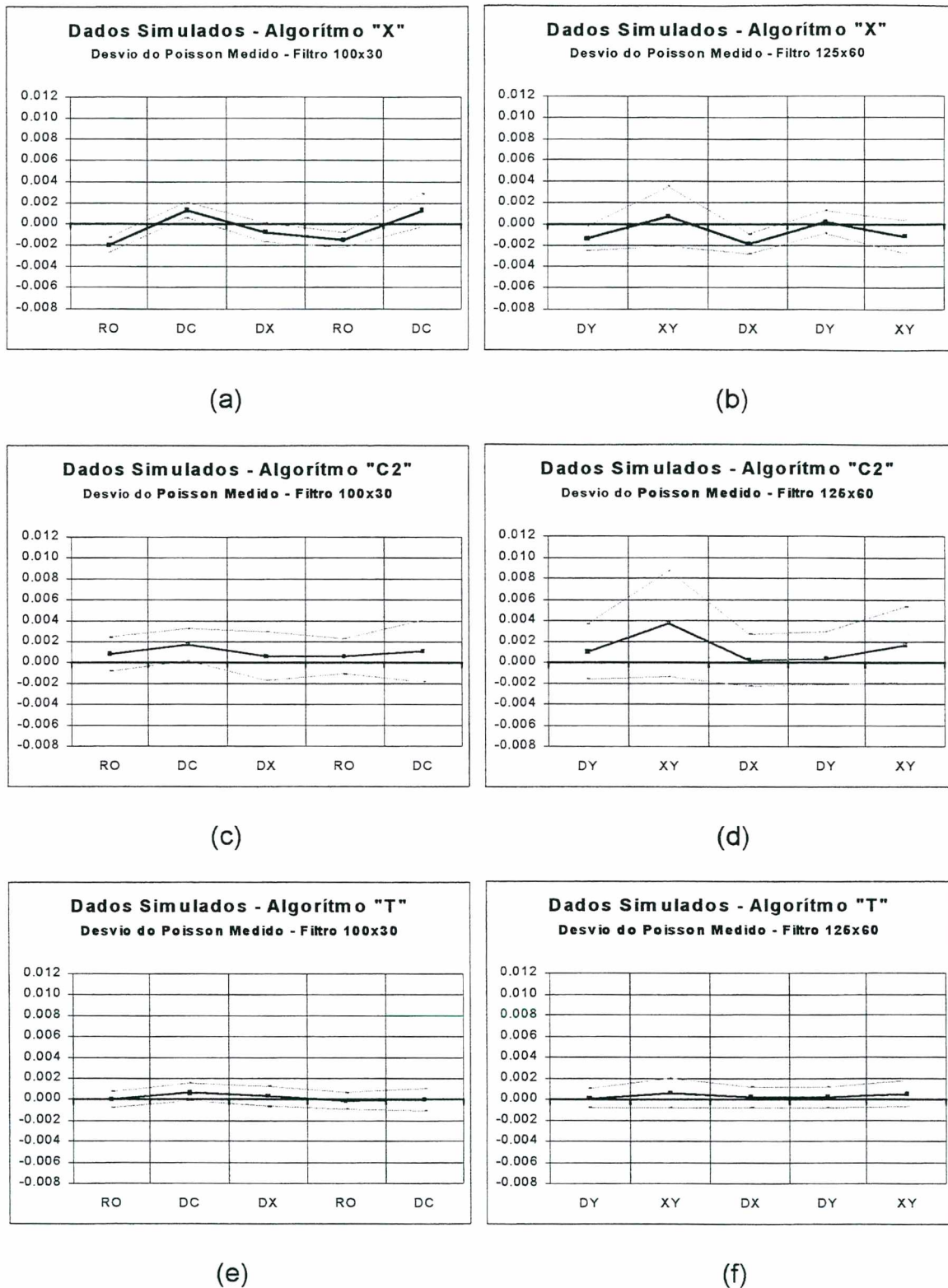


Figura 6-16 – Desvio do coeficiente do Poisson simulado e incerteza de medição em função da componente aleatória da imagem. Nível de confiança de 95 % (a) algoritmo "X" – filtro 100x30 (b) algoritmo "X" – filtro 125x60 (c) algoritmo "C2" – filtro 100x30 (d) algoritmo "C2" – filtro 125x60 (e) algoritmo "T" – filtro 100x30 (f) algoritmo "T" – filtro 125x60

A Figura 6-17 apresenta os desvios do coeficiente do Poisson de diferentes tamanhos de área de amostragem. As incertezas foram calculadas em função da repetitividade dos valores medidos. O tamanho de áreas de amostragem variou em torno de 75 a 95 % da largura da imagem, pois observou-se durante as medições que para áreas pequenas, principalmente em regiões próximas da origem, os algoritmos divergiam consideravelmente.

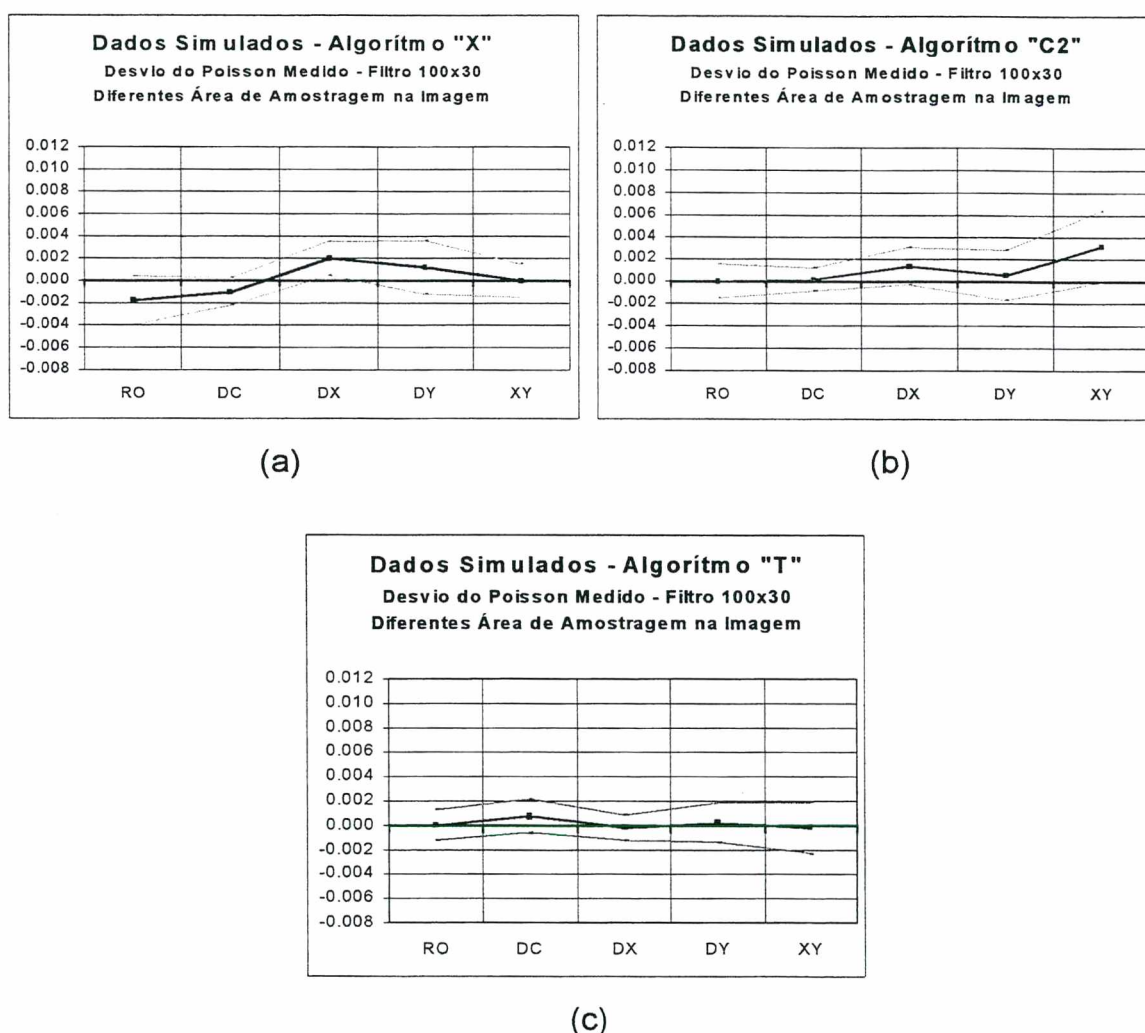


Figura 6-17 – Desvio do coeficiente do Poisson simulado e incerteza de medição em função da repetitividade da área de amostragem das imagens. Nível de confiança de 95 %. (a) algoritmo "X" – filtro 100x30. (b) algoritmo "C2" – filtro 100x30. (c) algoritmo "T" – filtro 100x30.

Através da Figura 6-16 e Figura 6-17 pode-se observar que a princípio bastaria uma única medição na imagem para a quantificação do coeficiente de

Poisson. A componente aleatória de uma medição (interpolação dos dados), tende a ter a mesma ordem de grandeza da componente aleatória da repetitividade de várias medições numa mesma imagem (tamanho de amostragem variável).

Pode-se concluir através dos resultados apresentados, que é possível relacionar uma incerteza aos algoritmos em função dos fatores que são dificilmente controlados durante um processo de medição (ruído óptico e/ou inclinação do plano). Assim, as incertezas dos algoritmos sofrendo todos os fatores estudados, comuns a um processo de medição dinâmica, estão na ordem de:

- Algoritmo "X": ± 0.004
- Algoritmo "C2": ± 0.006
- Algoritmo "T": ± 0.002

Estas incertezas devem ser combinadas às componentes aleatórias (incertezas do Tipo A), no processo de medição da barra.

7 Avaliação Experimental

Experimentos controlados foram realizados com corpos de prova prismáticos de seção retangular. Estes corpos de prova foram medidos pelos diferentes algoritmos e seus resultados foram comparados aos resultados medidos pelo procedimento estabelecido pela norma ASTM C1198-91. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos neste capítulo.

7.1 Corpos de Prova

Onze corpos de prova prismáticos com seção transversal retangular, foram ensaiados. Os materiais envolvidos, a codificação adotada, dimensões, massa e respectivas incertezas são apresentadas na Tabela 7-I. Tolerâncias de paralelismo e perpendicularismo, foram especificadas como sendo menor que 0,01 mm.

Tabela 7-I – Características dos corpos de prova

Material	CDP	h	U_h	B	U_B	L	U_L	m	U_m
Aço	I - 1A	2.486	± 0.006	25.16	± 0.06	149.99	± 0.06	72.94	± 0.03
Aço	I - 1B	2.485	± 0.007	25.18	± 0.06	150.01	± 0.06	72.09	± 0.03
Aço	I - 1C	2.485	± 0.007	25.20	± 0.06	149.86	± 0.06	72.38	± 0.03
Aço	II - 3	5.871	± 0.008	32.03	± 0.06	119.91	± 0.06	176.7	± 0.3
Aço	II - 4	9.079	± 0.031	31.99	± 0.06	149.91	± 0.06	340.9	± 0.3
Aço	II - 5	12.055	± 0.032	32.04	± 0.06	149.95	± 0.06	455.0	± 0.3
Al	III - 3	6.074	± 0.011	32.04	± 0.06	120.10	± 0.06	62.50	± 0.03
Al	III - 4	11.967	± 0.019	32.08	± 0.06	150.04	± 0.06	153.95	± 0.03
Al	IV - 1	2.005	± 0.006	32.05	± 0.06	119.98	± 0.06	20.76	± 0.03
Al	V - 2	3.983	± 0.017	32.05	± 0.06	119.96	± 0.08	41.11	± 0.03
Aço	VII - 2	3.146	± 0.006	32.02	± 0.06	119.98	± 0.06	94.72	± 0.03

onde:

h = espessura [mm]

B = largura [mm]

L = comprimento [mm]

$m =$ massa [g]

$U_h, U_B, U_L, U_m =$ incertezas expandida com nível de confiança de 95 % das grandezas h, B, L e m respectivamente.

Os materiais utilizados foram: aço ABNT 1020 e alumínio ABNT 5052. Os corpos de prova I-1A, I-1B e I-1C foram usinados a partir do mesmo bloco de matéria prima e tratados termicamente para homogeneizar sua isotropia e o módulo de elasticidade. Estes corpos sofreram um recozimento pleno seguido de tratamento para alívio de tensões residuais.

Os corpos de prova II-3, II-4 e II-5 (aço), e os III-3 e III-4 (alumínio), também foram extraídos respectivamente do mesmo bloco mas não foram tratados termicamente. O demais corpos foram extraídos de amostras de materiais diferentes e também não sofreram quaisquer tratamentos térmicos.

7.2 Bancada Experimental

O sistema MAVIB^{[1], [53], [54]}, apresentado na Figura 7-1, foi usado para medir o campo de amplitudes de vibração por holografia eletrônica. Este sistema é um módulo aplicativo especializado, que vem sendo aperfeiçoado há cerca de dois anos na UFSC em parceria com a Fundação CERTI (Fundação Centros de Referência em Tecnologias Inovadoras) e indústrias. O MAVIB permite a medição em ambos os modos: média temporal e estroboscópico. Basicamente ele reduz uma bancada óptica convencional, para um ambiente compacto, composto por lentes, espelhos, câmara de TV, superfície de referência, laser diodo e transdutor piezoelétrico. O esquema interno deste sistema esta esquematizado na Figura 7-2.

Cada corpo de prova é apoiado sobre dois cutelos de borracha, localizados nas posições esperadas para as linhas nodais. Um alto-falante conectado a um gerador de funções é usado para excitar sonoramente o corpo de prova.

A Figura 7-3 ilustra a configuração da bancada experimental empregada. Ela envolve toda a instrumentação utilizada. O gerador de funções do analisador de espectro é o responsável pelo sinal harmônico, que passa por um filtro passa-baixas e por um amplificador de potência até chegar ao alto-falante. Outra parte deste sinal é responsável pelo sincronismo do sinal elétrico de excitação com a iluminação pulsada do laser. O sinal pulsado do laser é governado pelo sintetizador de sinais

que gera uma onda retangular que modula a fonte de potência do laser. O sincronismo em fase do movimento mecânico do objeto com a luz pulsada do laser é feita visualmente pela tela do computador através do filtro passa-baixas, que altera a fase do sinal elétrico. O osciloscópio e o frequencímetro são utilizados, exclusivamente para monitorar qualitativamente os sinais elétricos e identificar e o valor da frequência de ressonância, respectivamente.

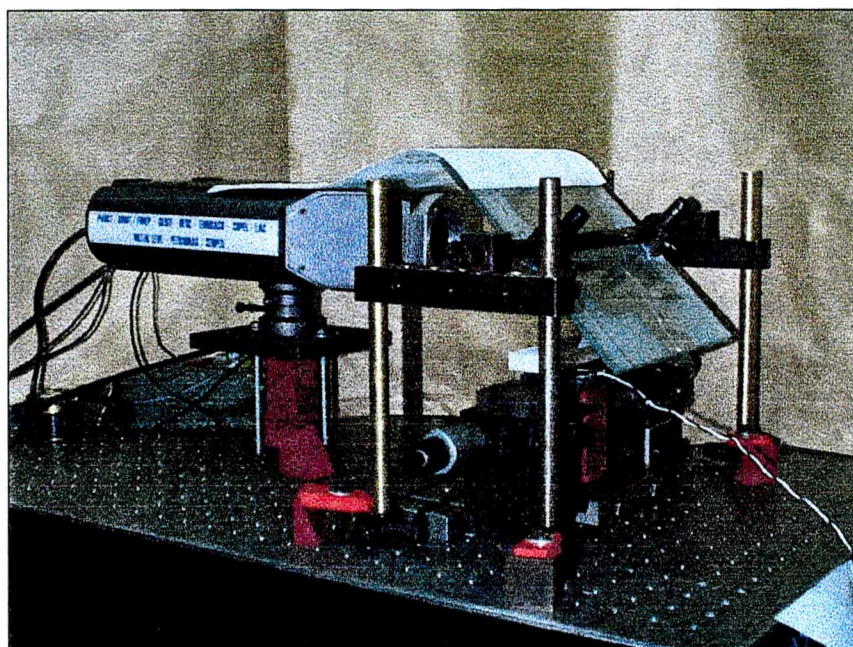


Figura 7-1 – Sistema MAVIB

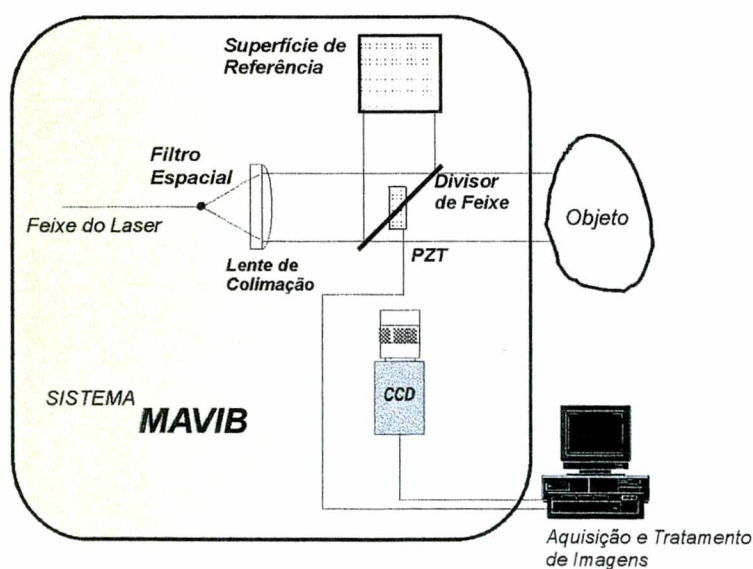


Figura 7-2 – Esquema interno do sistema MAVIB

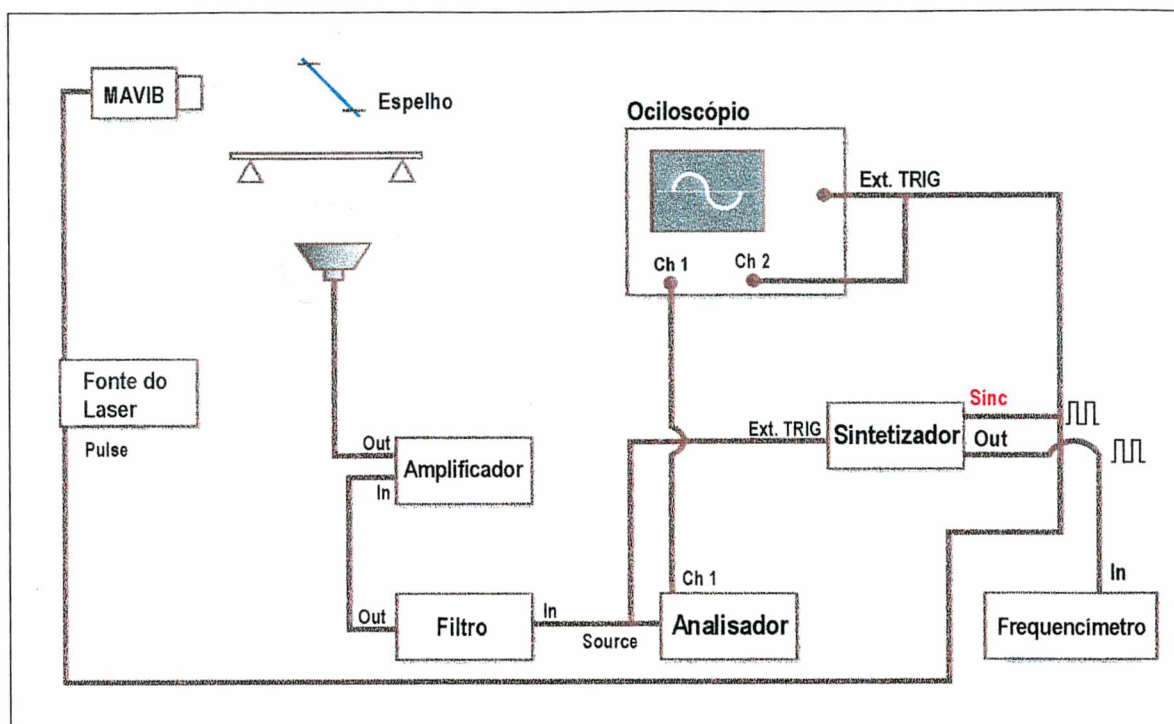


Figura 7-3 – Bancada experimental

7.2.1 Procedimento Básico de Medição

Amplitudes de vibração superiores a $6 \mu m$ são suficientes para se ter medições de boa qualidade. Como o comprimento de onda do laser é de $0,780 \mu m$, equivale dizer, que se tenha um número superior a quinze franjas visíveis na imagem obtida.

O Procedimento básico de operação pode-se resumir no seguinte:

- Selecionar os instrumentos para medição;
- Montar a bancada de medição conforme esquematizado na Figura 7-3.
- Caracterizar as propriedades geométricas e de massa do corpo de prova.
- Aplicar uma camada fina de tinta branca fosca sobre a superfície do corpo de prova para uma boa visualização das imagens.
- Medição à Flexão:** Para o primeiro modo de vibração à flexão, as distâncias da aresta do corpo de prova ao primeiro cutelo, entre os cutelos, e entre o cutelo e a outra aresta do objeto são: $0.224L - 0.552L - 0.224L$, respectivamente. Esta montagem está

representada na Figura 7-4. O auto falante deve estar posicionado o mais próximo possível, sob o centro geométrico do objeto.

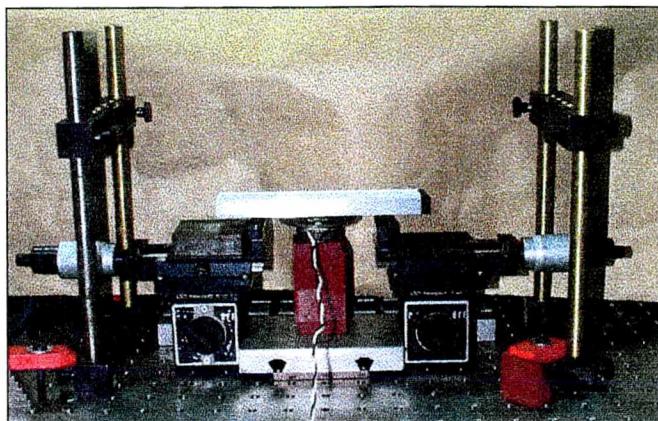


Figura 7-4 – Montagem do objeto sobre os cutelos de borracha para medidas de ressonância à flexão

- (f) Medição à Torção: Para o primeiro modo de vibração à torção, os cutelos devem ter uma forma de cruz, Figura 7-5 (a), e o corpo de prova deve estar simetricamente apoiado sobre eles em sua região central. Esta montagem está representada na Figura 7-5 (b). O auto falante deve estar posicionado próximo a um dos cantos do corpo de prova. Esta configuração só é utilizada para realizar medidas conforme procedimento dado pela norma ASTM C1198-91.

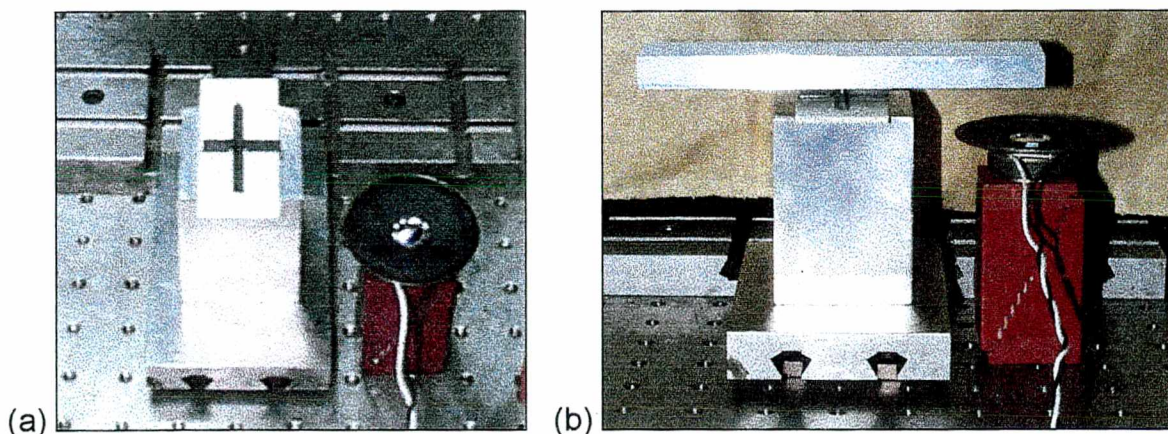


Figura 7-5 – Montagem do objeto sobre os cutelos de borracha para medidas de ressonância à torção. (a) Forma em cruz dos cutelos. (b) Corpo de prova instalado sobre os cutelos.

- (g) O corpo de prova deve estar devidamente alinhado em relação à câmara. O seu alinhamento sobre os cutelos deve ser realizado visualmente através da tela do computador.

- (h) Determinar as frequências de ressonância: Caso não se saiba o valor esperado da frequência de ressonância, configurar o sistema para medição de média temporal (laser continuamente aceso), caso contrário, para medição estroboscópica. A identificação da frequência de ressonância é visual através do sistema de processamento de imagens do MAVIB. Ao se aproximar da ressonância a amplitude de vibração começa a se elevar, causando o surgimento de um grande número de franjas de interferência na tela do computador. Mantendo-se fixa a amplitude do sinal de excitação, a frequência de ressonância é determinada com a frequência que maximiza o número de franjas visíveis.
- (i) Captura das Imagens: Uma vez identificada a frequência de ressonância, a medição deste momento em diante é realizada no modo estroboscópico. Com o corpo de prova em repouso, capturar sua imagem nesta condição pelo método do deslocamento de fase. Em seguida com o corpo de prova vibrando na ressonância, capturar a segunda imagem. Automaticamente o software do MAVIB, se encarrega de realizar a subtração das imagens, apresentando como resultado final, o mapa de fase na tela do computador. A Figura 7-6, mostra o resultado desta operação. Neste mesmo momento realizar a medição da frequência de ressonância, através do frequencímetro e posteriormente salvar a imagem em arquivo, para a determinação das constantes elásticas.
- (j) Aplicar filtro digital sobre a imagem do corpo de prova para reduzir os ruídos ópticos da imagem.
- (k) Aplicar remoção de salto de fase.
- (l) Realizar a medição do coeficiente de Poisson através dos algoritmos estudados no capítulo 5.
- (m) Com os valores da frequência e do coeficiente de Poisson, determinar o Módulo de Elasticidade e o Módulo de Torção.

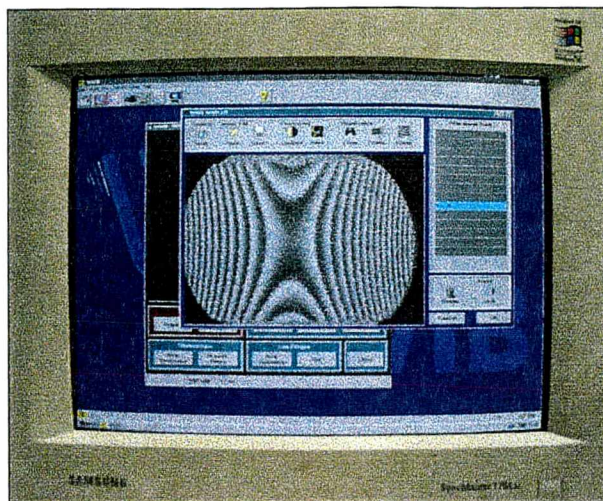


Figura 7-6 – Visualização de resultado de medição na tela do computador.

7.3 Fatores que Influenciam na Quantificação do Coeficiente de Poisson

Todas as estimativas de incertezas apresentadas neste trabalho estão baseadas nas recomendações do Guia da ISO^[27] - "*Guia para Expressão da Incerteza de Medição*". O nível de confiança adotado é sempre de 95 %.

Os principais fatores ou fontes de erros, que contribuem para a incerteza de medição das propriedades elásticas de materiais, para os métodos estudados, foram preliminarmente listados. Dentre eles destacam-se:

(a) Fatores relacionados ao objeto:

- forma geométrica do objeto sob teste.
- propriedades de massa.
- fixação do objeto.
- instrumentos de medição.

(b) Fatores relacionados ao modelo teórico:

- representação adequada do modelo ao fenômeno físico

(c) Fatores relacionados ao processo de medição:

- sincronismo da excitação, resposta do objeto e iluminação do laser.
- largura do pulso de iluminação.
- outras influências (identificadas experimentalmente, tais como: amplitude

de vibração e filtro digital de imagens).

(d) Fatores relacionados aos dados de medição:

- dispersões dos dados medidos.
- campo de deslocamento.
- frequência de ressonância.
- instrumentos de medição.

Outros fatores foram listados, mas desconsiderados neste trabalho, tais como:

- anisotropia do material.
- temperatura.

Os motivos que levaram estes fatores a serem desconsiderados deram-se que: primeiramente o objetivo maior deste trabalho está direcionado à materiais homogêneos (isotrópicos), e segundo, todas as medições foram realizadas em laboratório com temperatura controlada ($23\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 2\text{ }^{\circ}\text{C}$).

As incertezas das propriedades elásticas dos materiais segundo o procedimento da norma ASTM C1198-91, são estimados a partir das incertezas das grandezas de entrada e as equações que relacionam tais propriedades. Assim os fatores que contribuem estão relacionados ao objeto, ao modelo teórico e à medição.

Com relação ao método proposto, o mesmo acontece na determinação do módulo de elasticidade, este é determinado utilizando-se do mesmo procedimento prescrito pela norma. Já para a determinação do coeficiente de Poisson, as incertezas são determinadas considerando as dispersões dos dados do campo de deslocamento medidos por holografia, combinadas às incertezas obtidas através da validação do modelo matemático proposto (capítulo 6), e influências identificadas através do processo de medição que serão apresentadas a seguir.

Estudos experimentais foram realizados para identificar outros fatores que poderiam influenciar na quantificação do coeficiente de Poisson.

Os prováveis fatores analisados foram os seguintes:

- modelo de flexão pura em comparação ao modelo dinâmico de placas.

- amplitude de vibração.
- largura do pulso do laser.
- sincronismo da fase da excitação com o movimento do corpo de prova na ressonância.
- distância dos apoios do corpo de prova.
- sintonia da frequência de ressonância.

7.3.1 Influência do Modelo de Flexão Pura em Comparação ao Modelo Dinâmico de Placas

Uma das perguntas com relação ao modelamento adotado neste trabalho, deve ser respondida: - Será que o método de medição do coeficiente de Poisson, utilizando o modelo de flexão pura estática dado por Timoshenko^[56], para interpolação dos dados de deslocamentos medidos, pode ser aplicado à uma condição de flexão dinâmica?

Para responder esta pergunta, recorreu-se à teoria de vibração de placas^[33],^[34]. Comparando os resultados de medição do coeficiente de Poisson em função da interpolação dos dados pela equação do Timoshenko e pela equação da Teoria de Placas, pode-se chegar a algumas conclusões interessantes que serão apresentadas a seguir.

No Anexo A apresenta-se um resumo da teoria para determinação do campo de deslocamento de placas sob vibração harmônica com bordas livres, utilizada nesta comparação.

O campo de amplitudes de deslocamento foi medido por holografia na ressonância. O corpo de prova de aço identificado como CDP I-1B, foi utilizado neste estudo. Este corpo de prova foi escolhido em função de suas características geométricas e por ter sido tratado termicamente para garantir a sua homogeneização e alívio de tensões internas.

Os dados experimentais foram ajustados pelo método dos mínimos quadrados para a equação de Timoshenko (equação 3-7), e para a equação da placa vibrante (equação A-8 - Anexo A), respectivamente.

A Figura 7-7 (a), apresenta o campo de deslocamento calculado através da equação dada por Timoshenko e a Figura 7-7 (b), apresenta a reta que passa sobre os dados de deslocamento constante representando um dos lados das assíntotas da família de hipérboles partindo da origem. A inclinação desta reta fornece o coeficiente de Poisson. As unidades das figuras, são dadas em metros [m].

O mesmo procedimento descrito anteriormente, foi aplicado para as equações das placas vibrantes utilizadas para interpolar os mesmos dados medidos.

A Tabela 7-II, apresenta os resultados de todas as equações estudadas, número de termos de interpolação, coeficientes dos termos em relação ao eixo “x” (m), coeficientes dos termos em relação ao eixo “y” (n), os resíduos de cada interpolação na forma de incerteza padrão e incerteza padrão relativa à máxima amplitude de vibração, e o coeficiente de Poisson calculado através da inclinação das assíntotas.

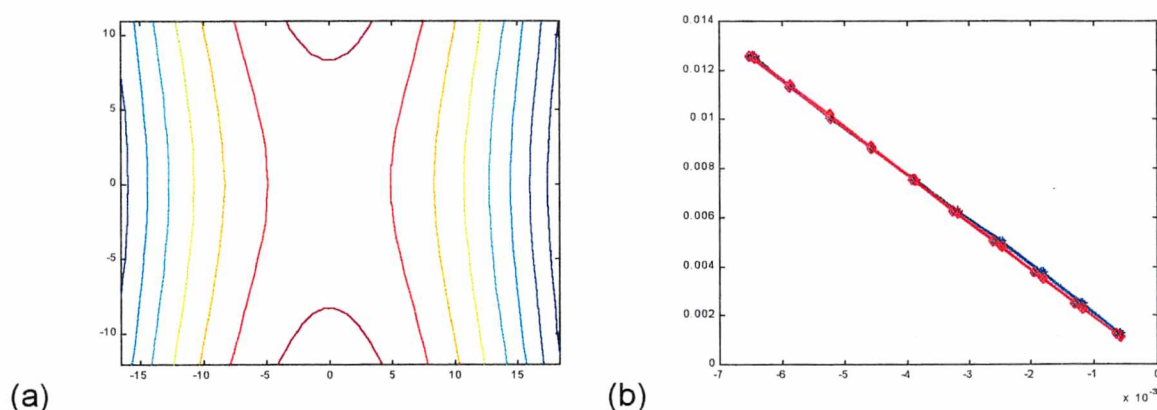


Figura 7-7 – Curvas interpoladas. (a) campo de deslocamento interpolado pela equação de Timoshenko. (b) reta interpolada sobre os dados de deslocamento constante partindo da origem de um dos lados das assíntotas da família de hipérboles

Pode-se observar que os resíduos de interpolação não apresentam diferenças significativas, podendo-se concluir que para uma área de amostragem em torno das assíntotas, os dados podem ser representados pela a equação de Timoshenko. A grande vantagem está na simplicidade do modelo e rapidez na execução dos cálculos matemáticos.

Portanto existem pequenas diferenças na quantificação do coeficiente de Poisson. A medida que o número de termos aumenta, para interpolação da placa, nota-se que o Poisson medido tende a convergir ao Poisson medido pela equação

de Timoshenko. Uma exceção ocorre para a equação com os coeficientes $m = 10$ e $n = 6$ (número de termos 24), o coeficiente de Poisson diverge consideravelmente. Acredita-se que possa ter havido algum erro numérico, pois nesta condição exige-se muito do computador para a realização dos cálculos, consumindo-se muito tempo de processamento. A Figura 7-8 mostra graficamente os desvios do coeficiente de Poisson medidos através das equações estudadas. Estas diferenças apresentam diferenças em média, menor que 1,8 % para a quantificação do coeficiente de Poisson.

Em função dos resíduos apresentados pelas interpolações, acredita-se que a função de Timoshenko para a situação estática pode fornecer uma boa estimativa para o coeficiente de Poisson a partir do campo de amplitudes de deslocamento dinâmico de placas nas proximidades da origem.

Tabela 7-II – Resultados das equações interpoladas por Timoshenko e pela Teoria da Placa

Descrição	Coeficientes de Interpolação	Resíduo	Poisson
Equação de Timoshenko	Ao, A1 e A2 no. termos = 3	Incerteza Padrão $\pm 0.0290 \mu m$ Incerteza Relativa $\pm 0.66 \%$	$\nu = 0.2690$
Equação da Placa 4x2	Termos considerados $m = 0 \quad 2 \quad 4$ $n = 0 \quad 2$ no. termos = 6	Incerteza Padrão $\pm 0.0293 \mu m$ Incerteza Relativa $\pm 0.67 \%$	$\nu = 0.2840$
Equação da Placa 4x4	Termos considerados $m = 0 \quad 2 \quad 4$ $n = 0 \quad 2 \quad 4$ no. termos = 9	Incerteza Padrão $\pm 0.0267 \mu m$ Incerteza Relativa $\pm 0.62 \%$	$\nu = 0.2628$
Equação da Placa 6x4	Termos considerados $m = 0 \quad 2 \quad 4 \quad 6$ $n = 0 \quad 2 \quad 4$ no. termos = 12	Incerteza Padrão $\pm 0.0267 \mu m$ Incerteza Relativa $\pm 0.61 \%$	$\nu = 0.2631$

Descrição	Coefficientes de Interpolação	Resíduo	Poisson
Equação da Placa 6x6	Termos considerados m = 0 2 4 6 n = 0 2 4 6 no. termos = 16	Incerteza Padrão $\pm 0.0266 \mu m$ Incerteza Relativa $\pm 0.61 \%$	$\nu = 0.2665$
Equação da Placa 8x6	Termos considerados m = 0 2 4 6 8 n = 0 2 4 6 no. termos = 20	Incerteza Padrão $\pm 0.0266 \mu m$ Incerteza Relativa $\pm 0.61 \%$	$\nu = 0.2640$
Equação da Placa 10x6	Termos considerados m = 0 2 4 6 8 10 n = 0 2 4 6 no. termos = 24	Incerteza Padrão $\pm 0.0272 \mu m$ Incerteza Relativa $\pm 0.63 \%$	$\nu = 0.2464$
Equação da Placa 8x8	Termos considerados m = 0 2 4 6 8 n = 0 2 4 6 8 no. termos = 25	Incerteza Padrão $\pm 0.0265 \mu m$ Incerteza Relativa $\pm 0.61 \%$	$\nu = 0.2646$

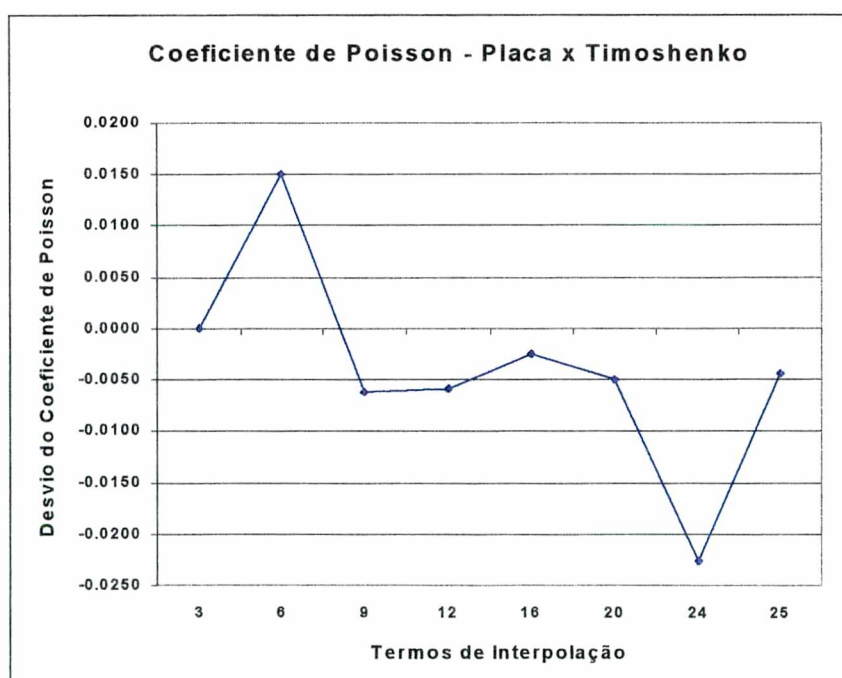


Figura 7-8 – Desvio do coeficiente de Poisson das equações interpoladas pela teoria da placa em relação à equação dada por Timoshenko.

7.3.2 Influência da Amplitude de Vibração

Para verificar se a amplitude de vibração tem influência na quantificação do coeficiente de Poisson, ensaios foram realizados com o CDP I-1B. As amplitudes foram quantificadas em número de ordens de franjas apresentada na imagem visualizada pelo sistema MAVIB.

A Tabela 7-III, apresenta os resultados obtidos do coeficiente de Poisson medido pelos três algoritmos. As incertezas apresentadas são do Tipo A^[27], e estão na forma de incerteza expandida com nível de confiança de 95 %.

Dos resultados apresentados pode-se observar que para amplitudes de vibração menores o coeficiente de Poisson apresenta dispersões maiores e seus valores diferem de um algoritmo para outro.

Tabela 7-III – Quantificação do coeficiente de Poisson em função da amplitude de vibração

amplitude [μm]	no. OF	ν_x	U_{ν_x}	ν_{C2}	$U_{\nu_{C2}}$	ν_T	U_{ν_T}
2.0	5	0.2974	0.0035	0.3785	0.0137	0.3252	0.0041
2.7	7	0.2734	0.0019	0.2651	0.0074	0.2704	0.0029
3.5	9	0.2756	0.0015	0.2844	0.0054	0.2707	0.0017
4.7	12	0.2792	0.0019	0.2969	0.0047	0.2817	0.0015
6.6	17	0.2726	0.0014	0.2659	0.0049	0.2665	0.0016
7.8	20	0.2654	0.0014	0.2697	0.0035	0.2620	0.0016

Pode-se concluir que amplitudes de vibração superiores a 6 μm (OF >15), são suficientes para se ter medições de boa qualidade. A partir deste ponto, os métodos começam a convergir e as incertezas tendem a se estabilizar para cada algoritmo.

A Figura 7-9, apresenta graficamente os resultados apresentados.

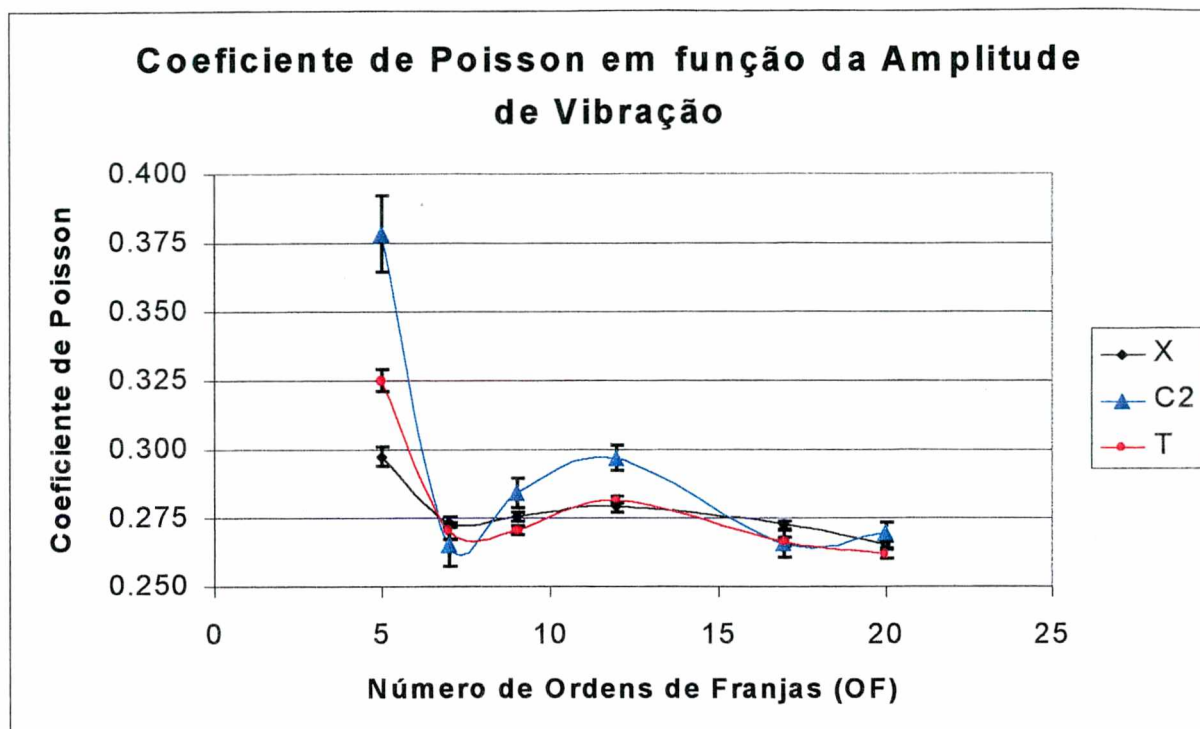


Figura 7-9 –Medição do coeficiente de Poisson em função da amplitude de vibração em número de ordens de franjas, para cada algoritmo estudado.

7.3.3 Influência da Largura do Pulso do Laser

A largura do pulso do laser é um fator de grande importância, pois é ele que ilumina a peça no intervalo de tempo em que o corpo de prova se encontra em máxima ou mínima amplitude. Uma grande limitação da bancada experimental utilizada, é que o sintetizador, responsável pelo pulso do laser, tem somente duas opções de ondas retangulares. Uma com 50% (onda quadrada pura), e outra com 20%, significando que 20% para um período completo de vibração, a luz do laser está acesa, e os outros 80%, apagada.

Para verificar a influência da largura do pulso do laser, recorreu-se a análise estatística das imagens medidas, por intermédio de análise de variância (ANOVA)^[21], [37], [39]. Testes de hipótese foram realizados da seguinte forma:

H0: Hipótese Nula

- Os resultados obtidos com os pulsos 20% e 50% são iguais ?

A quantificação do coeficiente de Poisson através das imagens obtidas com o laser pulsado a 20% e a 50% levam a resultados estatisticamente semelhantes?

- Os métodos de medição são iguais ?

A quantificação do coeficiente de Poisson através dos algoritmos estudados pelas imagens obtidas com o laser pulsado a 50% e a 20% são estatisticamente semelhantes ?

- Os resultados obtidos com os pulsos 20% são iguais ?

A quantificação do coeficiente de Poisson através das imagens obtidas com o laser pulsado a 20% são estatisticamente semelhantes ?

- Os resultados obtidos com os pulsos 50% são iguais ?

A quantificação do coeficiente de Poisson através das imagens obtidas com o laser pulsado a 50% são estatisticamente semelhantes?

Para aceitar ou rejeitar uma hipótese, a análise de variância se baseia no teste estatístico da distribuição F e a compara ao $F_{critico}$. O teste de significância é realizado da seguinte forma:

$$F > F_{critico}$$

(7-1)

Nesta condição a hipótese H_0 é rejeitada, caso contrário, a hipótese deve ser aceita. O $F_{critico}$ depende do grau de liberdade dos tratamentos analisados, do grau de liberdade das medidas e do nível de significância. Neste trabalho o nível de significância utilizado foi igual a 0,05 (nível de confiança 95%).

Mais uma vez os ensaios foram realizados com o CDP I-1B. A Tabela 7-IV, apresenta as medidas do coeficientes de Poisson em função da largura do pulso do laser através de doze imagens obtidas do corpo de prova, sob uma mesma condição de vibração na ressonância à flexão.

A Tabela 7-V, apresenta o resultado da análise de variância realizada para os dados medidos (dois fatores com repetição). Pode-se observar nos resultados da análise (ANOVA) desta tabela que as “interações” ou repetições das medidas, pertencem a uma mesma amostra ($F < F_{critico}$). As “colunas” referem-se aos métodos, e não pertencem a uma mesma população ($F > F_{critico}$), significa dizer que os métodos de medição apresentam diferenças estatisticamente significativas em pelo menos um deles. A “amostra” que é relativa aos pulsos medidos, pertencem

a uma mesma população ($F < F_{critico}$), significando dizer que as medidas do coeficiente de Poisson com o pulso 20% ou a 50%, não apresentam diferenças estatisticamente significativas. A Figura 7-10, representa graficamente os valores medidos.

Tabela 7-IV - Quantificação do coeficiente de Poisson em função da largura do pulso do laser

pulso	ν_x	ν_{C2}	ν_T
20%	0.2614	0.2595	0.2596
20%	0.2624	0.2655	0.2649
20%	0.2587	0.2637	0.2635
20%	0.2607	0.2674	0.2621
20%	0.2622	0.2752	0.2657
20%	0.2594	0.2733	0.2622
50%	0.2583	0.2633	0.2642
50%	0.2672	0.2729	0.2643
50%	0.2582	0.2639	0.2634
50%	0.2604	0.2615	0.2589
50%	0.2626	0.2619	0.2636
50%	0.2635	0.2653	0.2629

As diferenças entre os métodos já eram esperadas, pois verificou-se tal comportamento durante a simulação numérica dos modelos adotados no capítulo 6.

Realizando a análise de variância dos pulsos separadamente (1 fator com repetição), é possível verificar na Tabela 7-VI e na Tabela 7-VII que os valores do coeficiente de Poisson são estatisticamente semelhantes. Uma sutil diferença é que para o pulso de 20%, F é muito menor ao $F_{critico}$. Já para o pulso de 50% F é quase igual ao $F_{critico}$, embora ainda menor. Deve-se ressaltar que estatisticamente ambas as hipóteses devem ser aceitas, mas que as medidas com o pulso de 50%, estão no limiar da hipótese ser rejeitada, ou seja, por pouco não passam a ser consideradas estatisticamente diferentes.

Tabela 7-V – Análise de variância dos dados medidos (2 fatores com repetição)

Anova: fator duplo com repetição

RESUMO	X	C2	T	Total
20%				
Contagem	6	6	6	18
Soma	1.5648	1.6046	1.5780	4.7474
Média	0.2608	0.2674	0.2630	0.2637
Variância	2.252E-06	3.507E-05	4.832E-06	2.046E-05
50%				
Contagem	6	6	6	18
Soma	1.5702	1.5888	1.5773	4.7363
Média	0.2617	0.2648	0.2629	0.2631
Variância	1.196E-05	1.764E-05	4.078E-06	1.163E-05
Total				
Contagem	12	12	12	
Soma	3.1350	3.1934	3.1553	
Média	0.2613	0.2661	0.2629	
Variância	6.681E-06	2.585E-05	4.054E-06	

ANOVA

Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Amostra	3.4225E-06	1	3.4225E-06	0.270780497	0.606628055	4.170885859
Colunas	0.000146507	2	7.3254E-05	5.795660831	0.007443514	3.315832942
Interações	1.98517E-05	2	9.9258E-06	0.785309592	0.465127831	3.315832942
Dentro	0.000379182	30	1.2639E-05			
Total	0.000548963	35				

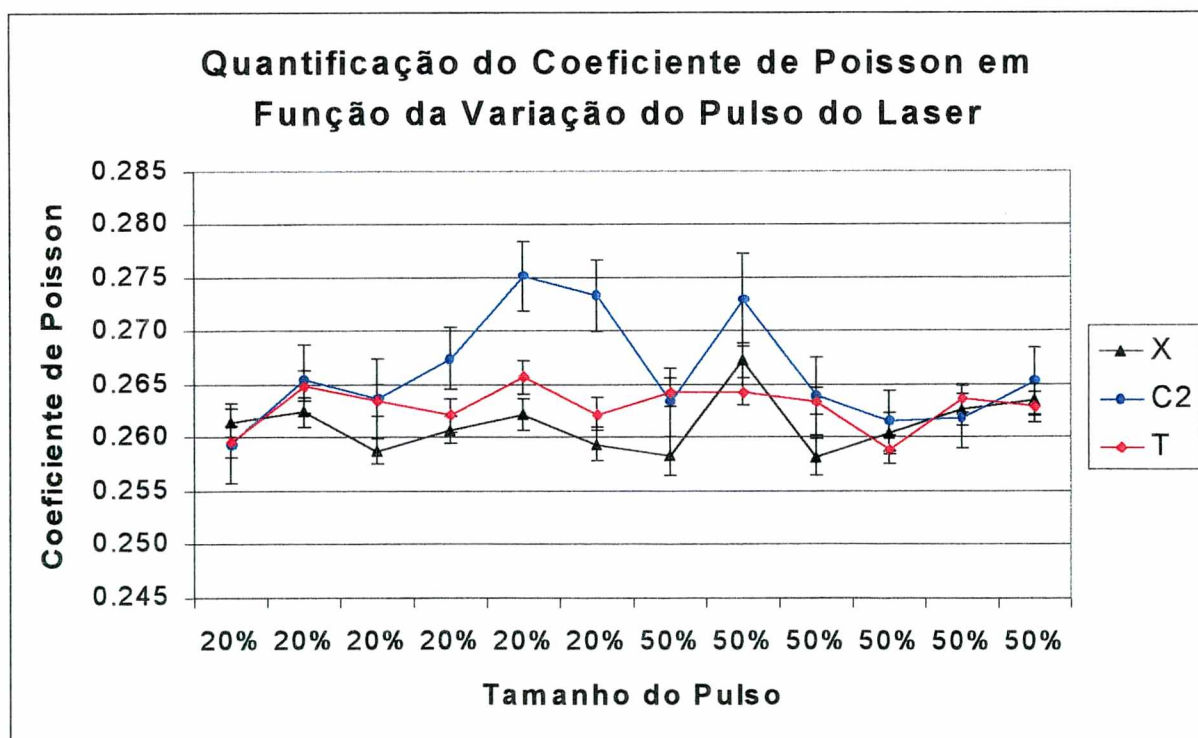


Figura 7-10 – Largura do pulso do laser na quantificação do coeficiente de Poisson

Tabela 7-VI – Análise de variância dos dados medidos para pulso 20% (1 fator com repetição)

ANOVA		H0: Os pulsos 20% são iguais ?				
Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	0.0001	5	2.01E-05	0.9751705	0.471032	3.105875
Dentro dos grupos	0.000247	12	2.061E-05			
Total	0.000348	17				

Tabela 7-VII – Análise de variância dos dados medidos para pulso 50% (1 fator com repetição)

ANOVA		H0: Os pulsos 50% são iguais ?				
Fonte da variação	SQ	gl	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	0.000111	5	2.227E-05	3.093357	0.050585	3.105875
Dentro dos grupos	8.64E-05	12	7.201E-06			
Total	0.000198	17				

Verifica-se estatisticamente que quanto menor a largura do pulso do laser, melhor é a qualidade das medições, pois a intensidade luminosa registrada não tenderia a ser uma média temporal relativa ao tempo de exposição luminosa do objeto num período de vibração, o que é uma conclusão óbvia.

Durante todo o processo de medição, optou-se pela largura de 20%, em função das considerações anteriores.

7.3.4 Influência do Sincronismo em Fase da Iluminação com o Movimento do Corpo de Prova na Ressonância

O sincronismo em fase da iluminação pulsada do laser com o movimento do corpo de prova na ressonância deve ser ajustado para garantir que as medições sejam realizadas no instante em que a velocidade do movimento harmônico muda de direção. Idealmente a medição deve ser realizada no instante em que esta velocidade seja nula.

Os testes realizados para verificar a influência deste sincronismo consistiram em realizar dois conjuntos de medidas com o CDP I-1B numa mesma condição de vibração na ressonância. A primeira numa posição de fase um pouco atrasada em relação ao movimento do corpo de prova (condição I), e a segunda, um pouco adiantada (condição II). As imagens foram adquiridas de forma tal que era ainda possível visualizar as franjas de interferência através do monitor do computador.

Caso o movimento esteja muito defasado em relação à iluminação do laser, não é possível visualizar franjas de interferência ou a qualidade da imagem reduz significativamente.

A Tabela 7-VIII apresenta as medidas do coeficientes de Poisson em função do sincronismo do pulso do laser através de dez imagens obtidas do corpo de prova sob uma mesma condição de vibração na ressonância à flexão.

Tabela 7-VIII - Quantificação do coeficiente de Poisson em função da sincronismo do pulso do laser

Fase	ν_x	ν_{C2}	ν_T
I	0.2647	0.2623	0.2679
I	0.2570	0.2646	0.2666
I	0.2625	0.2605	0.2661
I	0.2548	0.2623	0.2669
I	0.2610	0.2555	0.2650
II	0.2631	0.2687	0.2671
II	0.2629	0.2730	0.2675
II	0.2601	0.2629	0.2661
II	0.2562	0.2683	0.2634
II	0.2629	0.2667	0.2680

No transcorrer dos ensaios, observou-se que ao conseguir franjas de boa qualidade, o sincronismo do laser pouco interfere na quantificação do coeficiente de Poisson. Um sincronismo realizado com pouco cuidado, faz com que os algoritmos apresentem diferenças na quantificação do Poisson, com exceção do algoritmo "T".

No caso estudado, utilizou-se mais uma vez o auxílio da análise de variância para a análise dos resultados. Os algoritmos "X" e "C2", apresentaram dispersão dos resultados de 0,001 (0.4 %) e 0,007 (2.6 %) respectivamente. O algoritmo "T", não apresentou dispersões significativas em relação ao sincronismo da fase. A Figura 7-11, representa graficamente os valores medidos de coeficiente de Poisson.

Com relação à influência do sincronismo da iluminação na quantificação do coeficiente, não detectou-se qualquer variação significativa.

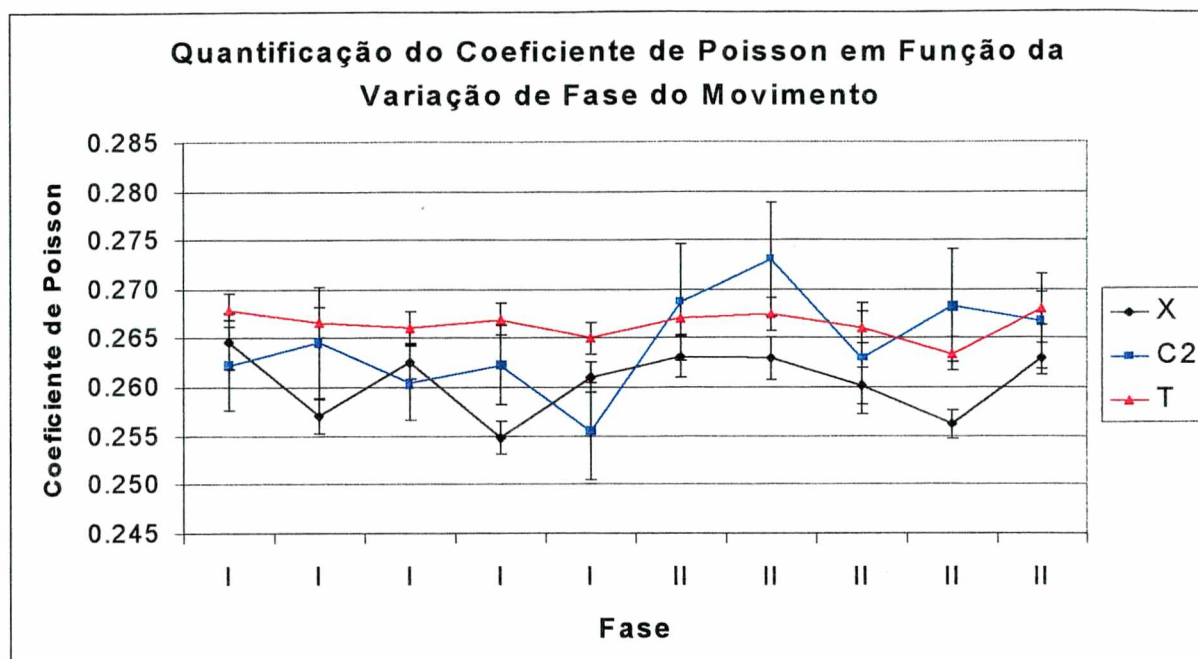


Figura 7-11 – Sincronismo da excitação com o movimento do objeto na ressonância na quantificação do coeficiente de Poisson

7.3.5 Influência da Distância dos Apoios do Corpo de Prova

A distância dos apoios do corpo de prova é um fator que influencia na quantificação das propriedades elásticas no procedimento utilizado pela norma ASTM 1198-91. A alteração na localização dos nós de vibração da placa faz com que haja diferença na frequência de ressonância da mesma. Pretende-se verificar se esta influência é significativa na quantificação do módulo de elasticidade e no coeficiente de Poisson.

Os testes realizados para verificar a influência da distância dos apoios consistiram em quantificar a frequência de ressonância e o coeficiente de Poisson em função da variação da distância entre os cutelos de apoio. Um conjunto de medidas foram realizadas com o CDP I-1B, e está apresentado na Tabela 7-IX. A distância de 82,8 mm é a distância nominal para um corpo de prova com 150 mm de comprimento.

A Figura 7-12, apresenta graficamente os resultados. Pode-se observar que não há um comportamento bem definido com relação à quantificação do coeficiente de Poisson em função da variação das distâncias entre os apoios. Analisando o comportamento das medidas em torno da distância nominal dos apoios, observa-se

que a distância entre os apoios influenciam na quantificação do coeficiente de Poisson, ou seja:

- Algoritmo "X": - 0,013 / mm (-4,8 % / mm).
- Algoritmo "C2": - 0,004 / mm (-1,5 % / mm).
- Algoritmo "T": - 0,003 / mm (-1,1 % / mm).

Tabela 7-IX - Quantificação do coeficiente de Poisson em função da distância entre os apoios

Distância entre os apoios [mm]	Varição em relação à distância nominal [mm]	Frequência de Ressonância [Hz]	ν_x	ν_{C2}	ν_T
81.8	-1	586.251	0.2734	0.2743	0.2672
82.8	0	586.298	0.2716	0.2747	0.2652
83.8	1	586.486	0.2477	0.2664	0.2615
84.8	2	586.564	0.2801	0.2833	0.2744
85.8	3	586.782	0.2700	0.2726	0.2633
86.8	4	587.033	0.2672	0.2623	0.2647

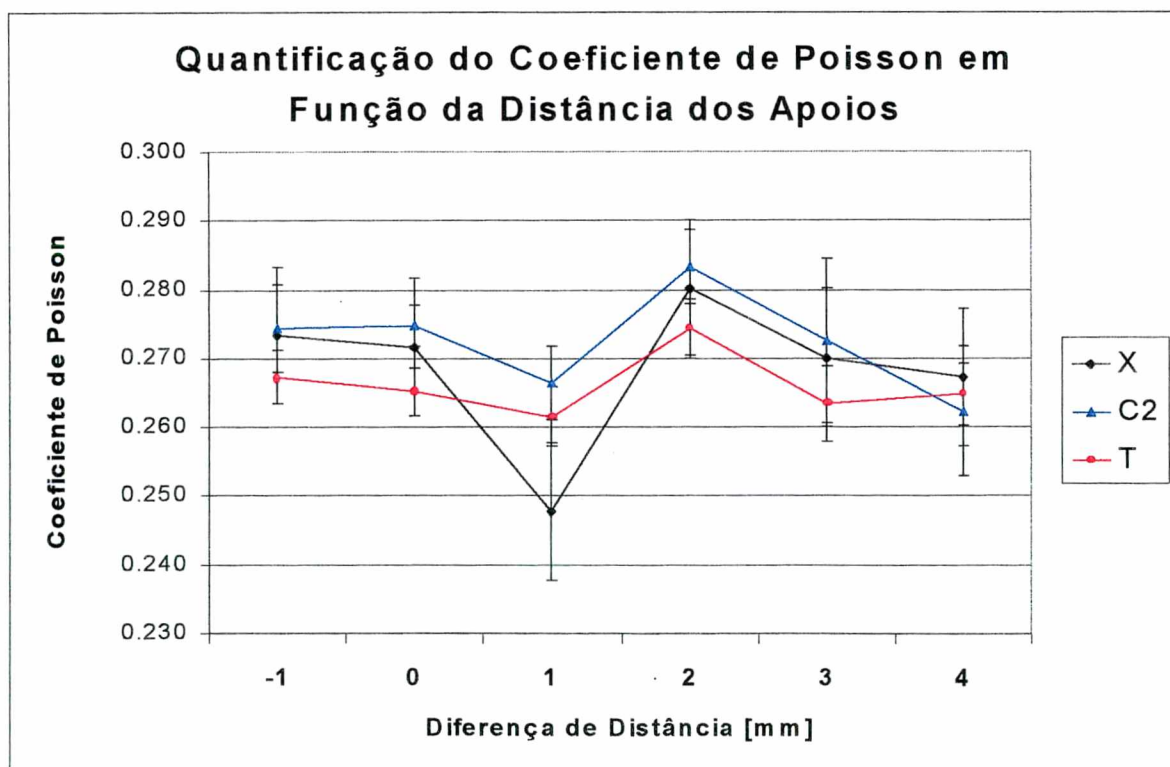


Figura 7-12 – Distância dos apoios de fixação do objeto na quantificação do coeficiente de Poisson

Considerando uma incerteza expandida em torno de $\pm 0,15$ mm, na medição entre os apoios, é possível afirmar que a incerteza de influência dos apoios é a seguinte:

- Algoritmo "X": $\pm 0,0019$ ($\pm 0,72$ %).
- Algoritmo "C2": $\pm 0,0006$ ($\pm 0,23$ %).
- Algoritmo "T": $\pm 0,0005$ ($\pm 0,17$ %).

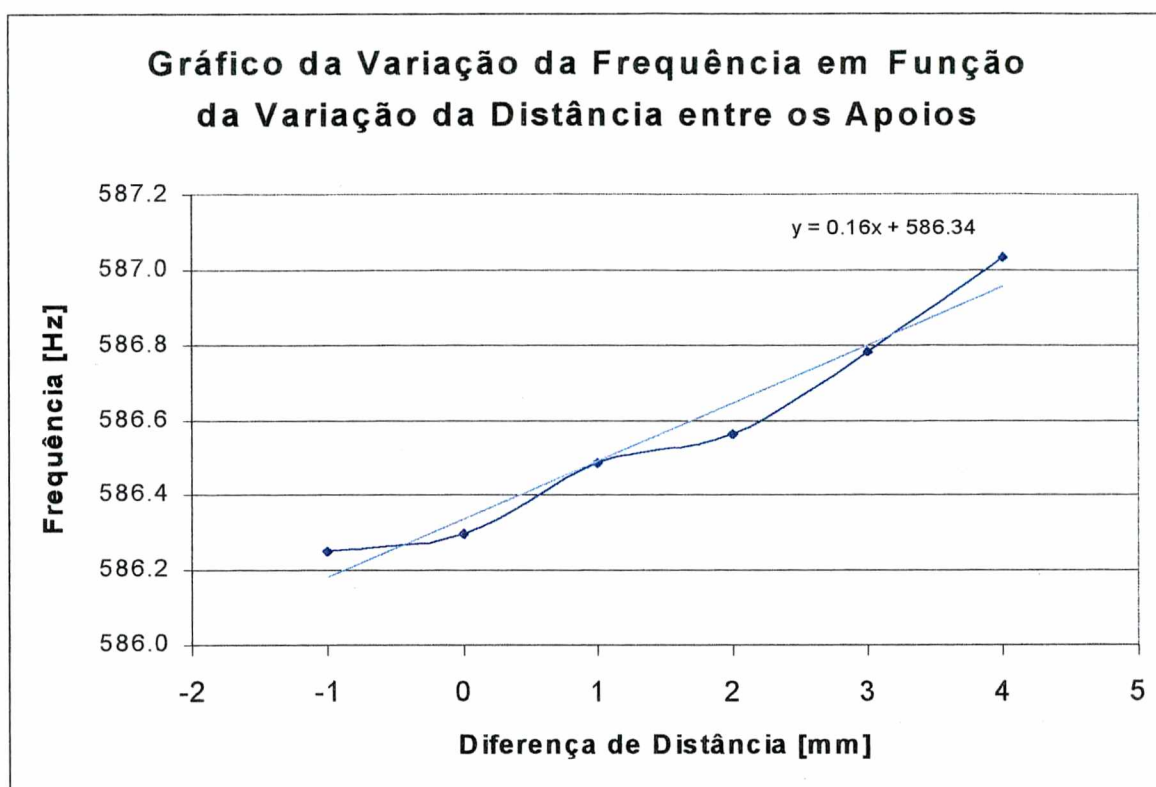


Figura 7-13 – Distância dos apoios de fixação do objeto na quantificação da frequência de ressonância à flexão.

Na Figura 7-13 pode-se observar um comportamento bem definido da variação da frequência de ressonância em relação à variação da distância entre os apoios. Conclui-se que a frequência de ressonância à flexão é influenciada de 0,16 Hz / mm, equivalendo dizer: 0,027 % / mm. Um milímetro de diferença entre os apoios, pouco contribuiria na incerteza global do módulo de elasticidade. Considerando uma incerteza expandida em torno de $\pm 0,15$ mm na medição entre os apoios, a influência na frequência de ressonância cairia para $\pm 0,004$ %.

7.3.6 Influência da Sintonia da Frequência de Ressonância

A sintonia da frequência de ressonância na captura da imagem é outro fator que pode influenciar na quantificação do coeficiente de Poisson. O que aconteceria se a captura da imagem fosse um pouco aquém ou um pouco além da frequência de ressonância? O que aconteceria com o valor do coeficiente de Poisson?

O estudo aqui realizado visa identificar se há influência no valor do coeficiente de Poisson em função da sintonia da frequência.

A influência da frequência na quantificação do módulo de elasticidade, pode ser facilmente identificada através do modelamento de cálculo de incertezas apresentado no capítulo 3, que por conseguinte se reflete na determinação das outras características elásticas.

Os testes realizados para verificar a influência da sintonia da frequência envolveram a determinação do coeficiente de Poisson em imagens obtidas com o corpo de prova vibrando em frequências um pouco abaixo e um pouco acima da frequência de ressonância. Um conjunto de medidas foram realizadas com o CDP I-1B, e está apresentado na Tabela 7-IX. O ponto de medição zero é o ponto idealmente medido como sendo a frequência de ressonância do corpo de prova. As diferenças de frequência, significam as diferenças entre a frequência de ressonância e as frequências em que o corpo de prova permaneceu vibrando durante a aquisição das imagens.

A Figura 7-14 apresenta graficamente os resultados. Pode-se observar que há um comportamento de deriva na quantificação do coeficiente de Poisson. Enquanto a frequência está sintonizada abaixo da ressonância há uma diminuição no valor médio do coeficiente de Poisson, observado nos algoritmos “X” e “C2”. Caso a sintonia se dá para valores acima da frequência de ressonância, o valor médio do coeficiente de Poisson tende a ser maior.

Fato inverso ocorre com o algoritmo “T”. O valor médio do coeficiente de Poisson aumenta se a frequência for abaixo da frequência de ressonância, e diminui se a frequência estiver acima.

Tabela 7-X - Quantificação do coeficiente de Poisson em função da variação da sintonia da frequência de ressonância.

Ponto de Medição	Diferença de Frequência [Hz]	Frequência [Hz]	ν_x	ν_{C2}	ν_T
-8	-0.234	586.127	0.2660	0.2454	0.2660
-7	-0.219	586.142	0.2554	0.2720	0.2642
-6	-0.187	586.174	0.2568	0.2485	0.2596
-5	-0.156	586.205	0.2562	0.2641	0.2670
-4	-0.125	586.236	0.2541	0.2544	0.2639
-3	-0.094	586.267	0.2566	0.2543	0.2621
-2	-0.062	586.299	0.2719	0.2720	0.2635
-1	-0.031	586.330	0.2746	0.2782	0.2652
0	0.000	586.361	0.2624	0.2604	0.2629
1	0.031	586.392	0.2619	0.2582	0.2628
2	0.062	586.423	0.2669	0.2701	0.2659
3	0.094	586.455	0.2685	0.2719	0.2580
4	0.125	586.486	0.2753	0.2718	0.2566
5	0.156	586.517	0.2706	0.2639	0.2546
6	0.266	586.627	0.2730	0.2799	0.2643

Analisando-se este comportamento, pode-se escrever que a influência no valor do coeficiente de Poisson em função da sintonia da frequência, é a seguinte:

- Algoritmo "X": 0,049 / Hz (18,8 % / Hz).
- Algoritmo "C2": 0,026 / Hz (10,0 % / Hz).
- Algoritmo "T": - 0,019 / Hz (-7,3 % / Hz).

Considerando uma incerteza expandida em torno de $\pm 0,03$ Hz na sintonia da frequência de ressonância, é possível afirmar que a incerteza é a seguinte:

- Algoritmo "X": $\pm 0,0015$ ($\pm 0,56$ %).
- Algoritmo "C2": $\pm 0,0008$ ($\pm 0,30$ %).
- Algoritmo "T": $\pm 0,0006$ ($\pm 0,22$ %).

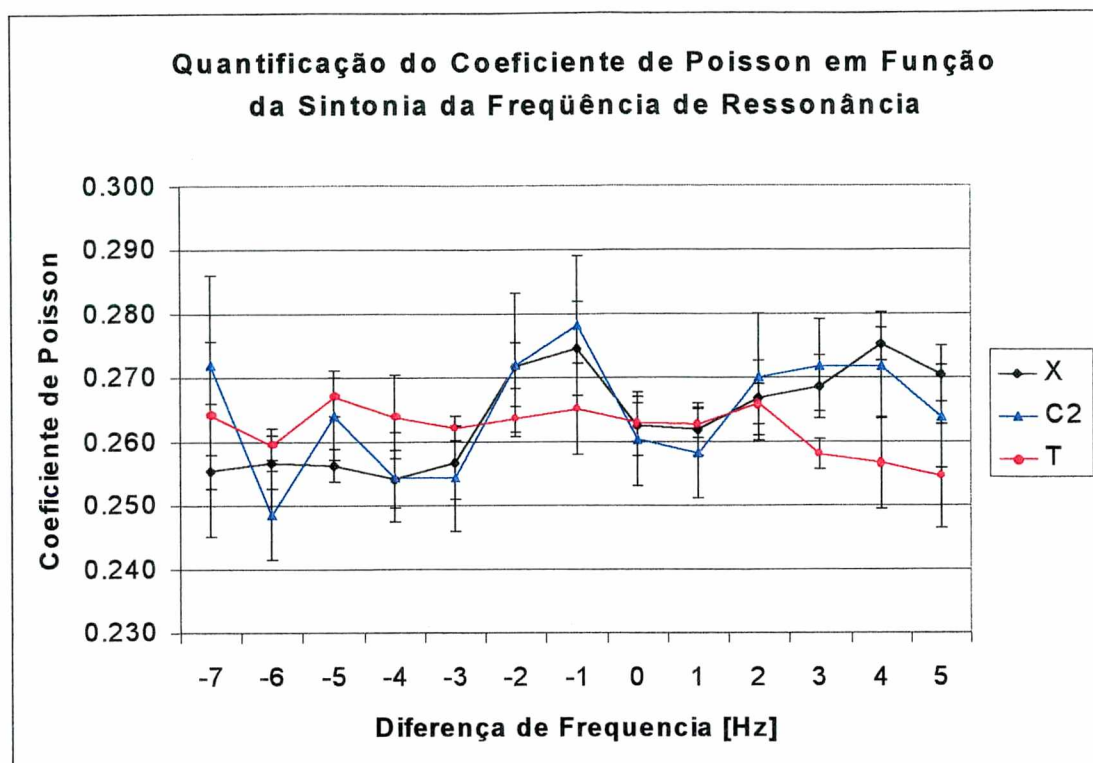


Figura 7-14 - Sintonia da frequência de ressonância na quantificação do coeficiente de Poisson

7.4 Considerações sobre o Cálculo de Incertezas

Com a análise das influências dos diversos fatores sobre o valor do coeficiente de Poisson apresentadas no item 7.3, algumas considerações devem ser feitas sobre o resultado de medição e o respectivo cálculo de incertezas.

A Tabela 7-XI, resume os principais fatores que devem ser considerados na estimativa de incertezas para os algoritmos propostos.

Deve-se ressaltar que todas as influências são referentes ao corpo de prova ensaiado (CDP I-1B), podendo ser estendidas a corpos de prova similares. Para outros tipos de corpo de prova, com formas geométricas diferentes, massa e tipo de material; estudos adicionais devem ser realizados conforme descrito no item 7.3.

Para fins de estimativa do resultado da medição e em conformidade com os procedimentos metrológicos usuais, as contribuições de incerteza estimadas para o CDP I-1B foram estendidas para os demais corpos de prova ensaiados. Objetiva-se desta forma apresentar uma estimativa do resultado de medição mais genérica e confiável.

Tabela 7-XI – Resumo das influências dos fatores que contribuem na incerteza da determinação do coeficiente de Poisson pelos algoritmos propostos.

Item	Descrição	Algoritmo “X”	Algoritmo “C2”	Algoritmo “T”	Item do Trabalho	OBS.
U_{v_0}	Estimativa da Incerteza do Coeficiente de Poisson em repetidas imagens	medições repetitivas em diferentes imagens	medições repetitivas em diferentes imagens	medições repetitivas em diferentes imagens	–	Incertezas do tipo “A” determinada através do desvio padrão de repetidas imagens.
U_{v_1}	Estimativa da Incerteza do Coeficiente de Poisson em uma imagem	medição pelo próprio algoritmo em uma imagem	medição pelo próprio algoritmo em uma imagem	medição pelo próprio algoritmo em uma imagem	5.2	Incertezas do tipo “A” determinada através das dispersões dos pontos medidos.
U_{v_2}	Influência de ruído óptico, translação e rotação do plano.	± 0.0040	± 0.0060	± 0.0020	6.8	incertezas do tipo “B”
–	Timoshenko x Equação da Placa	–	–	–	7.3.1	–
–	Amplitude de Vibração	–	–	–	7.3.2	numero de OF > 15
–	Largura do Pulso	–	–	–	7.3.3	pulso $\leq 20\%$
–	Sincronismo da Frequência ou Fase do Movimento	–	–	–	7.3.4	–
U_{v_3}	Distância dos Apoios	± 0.0019	± 0.0006	± 0.0005	7.3.5	incertezas do tipo “B”
U_{v_4}	Sintonia da Frequência de Ressonância	± 0.0015	± 0.0008	± 0.0006	7.3.6	incertezas do tipo “B”

A formulação básica adotada para a combinação das incertezas é representado da seguinte forma:

$$U_v = \sqrt{(U_{v_0})^2 + (U_{v_1})^2 + (U_{v_2})^2 + (U_{v_3})^2 + (U_{v_4})^2}$$

(7-2)

U_{v_0} = incerteza expandida do tipo “A” do coeficiente de Poisson, determinada através do desvio padrão em repetidas imagens.

U_{v_1} = incerteza expandida do tipo “A” do coeficiente de Poisson, determinada através do próprio algoritmo utilizado.

U_{v_2} = incerteza expandida do tipo “B” do coeficiente de Poisson, devido a influência do ruído óptico, translação e rotação da imagem.

U_{v_3} = incerteza expandida do tipo “B” do coeficiente de Poisson, devido a incerteza de medição da distância entre apoios.

U_{v_4} = incerteza expandida do tipo “B” do coeficiente de Poisson, devido a sintonia da frequência de ressonância.

7.5 Resultados de Medição

Todas as incertezas apresentadas neste tópico, estão na forma expandida com nível de confiança de 95 %.

A Tabela 7-XII, apresenta os resultados das medidas das frequências de ressonâncias medidas de cada material ensaiado e respectivas incertezas.

Tabela 7-XII - Frequências de ressonâncias medidas.

Material	CDP	f_e	U_{f_e}	f_g	U_{f_g}
Aço	I - 1A	586.91	± 0.01	2071.63	± 0.02
Aço	I - 1B	586.28	± 0.01	2071.02	± 0.02
Aço	I - 1C	578.39	± 0.01	2046.37	± 0.02
Aço	II - 3	2161.52	± 0.02	4579.25	± 0.05
Aço	II - 4	2129.24	± 0.02	5342.23	± 0.06
Aço	II - 5	2809.16	± 0.03	6644.91	± 0.07
Al	III - 3	2206.32	± 0.02	4639.20	± 0.05
Al	III - 4	2769.35	± 0.03	6442.49	± 0.07
Al	IV - 1	730.72	± 0.01	1596.32	± 0.02
Al	V - 2	1475.61	± 0.02	3152.21	± 0.03
Aço	VII - 2	1168.28	± 0.01	2565.68	± 0.03

A caracterização das propriedades elásticas dos materiais ensaiados segundo o procedimento da norma ASTM C1198-91, são apresentados na Tabela 7-XIII.

A Figura 7-15, apresenta a contribuição de incertezas das grandezas de entrada para o CDP I-1B, na determinação das propriedades elásticas para o procedimento da norma ASTM. Esta figura reflete os fatores que mais contribuem no

cálculo de incertezas. A contribuição da espessura tem influência predominante tanto para a estimativa do módulo de elasticidade, quanto para a caracterização do módulo de torção. A contribuição da largura é predominante na caracterização do coeficiente de Poisson.

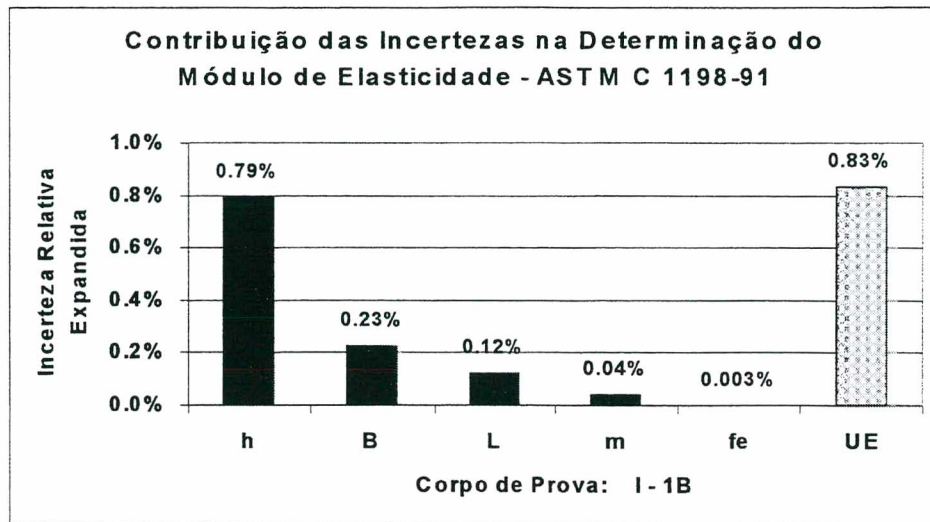
Tabela 7-XIII – Caracterização das propriedades elásticas dos materiais ensaiados pela norma ASTM C1198-91

Material	CDP	E [GPa]	U_E [GPa]	G [GPa]	U_G [GPa]	ν	U_ν
Aço	I - 1A	207.9	± 1.6	81.4	± 0.6	0.278	± 0.006
Aço	I - 1B	205.2	± 1.7	80.6	± 0.6	0.274	± 0.006
Aço	I - 1C	199.8	± 1.8	79.0	± 0.7	0.265	± 0.006
Aço	II - 3	211.1	± 1.1	81.1	± 0.4	0.302	± 0.005
Aço	II - 4	211.2	± 2.2	81.3	± 0.7	0.299	± 0.004
Aço	II - 5	213.6	± 1.7	82.0	± 0.5	0.303	± 0.004
Al	III - 3	70.8	± 0.4	26.8	± 0.1	0.319	± 0.005
Al	III - 4	71.9	± 0.4	26.6	± 0.1	0.352	± 0.004
Al	IV - 1	70.3	± 0.6	25.9	± 0.2	0.354	± 0.005
Al	V - 2	72.7	± 1.0	26.9	± 0.3	0.350	± 0.005
Aço	VII - 2	213.0	± 1.4	81.4	± 0.5	0.308	± 0.005

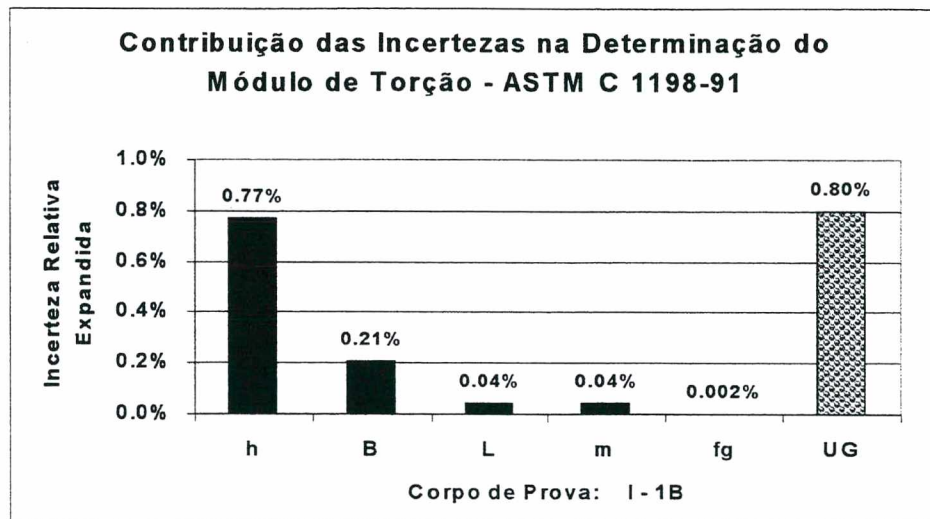
Pode-se observar também que a massa e as frequências de ressonâncias pouco contribuem devido a predominância dos parâmetros geométricos. Na quantificação do coeficiente de Poisson a massa não tem influência.

A Figura 7-16 corresponde à Figura 7-15, porém abrangendo todos os materiais ensaiados. A maior incerteza registrada entre os corpos de prova ensaiados, é menor que 1,4 % para os módulos de elasticidade e de torção e, 2,5 % para o coeficiente de Poisson.

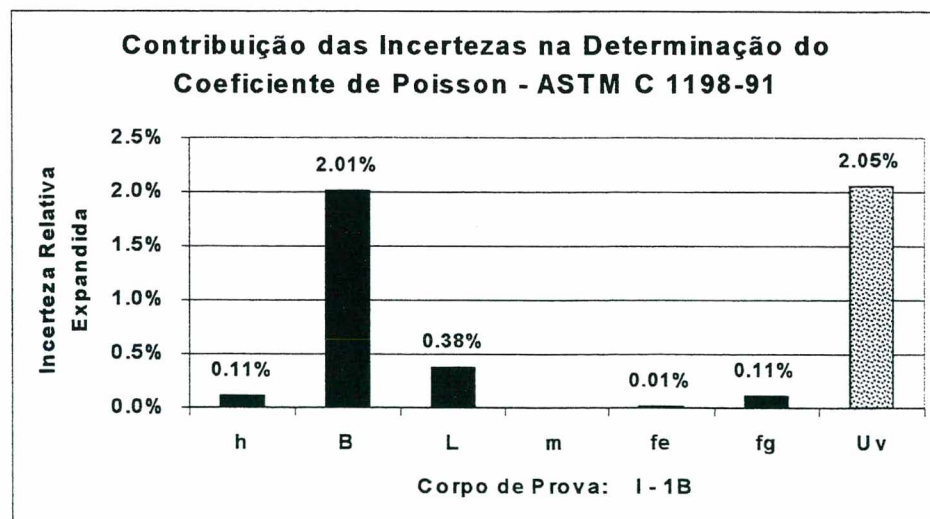
A caracterização do coeficiente de Poisson pelos algoritmos desenvolvidos está apresentada na Tabela 7-XIV para todos os materiais ensaiados.



(a)



(b)



(c)

Figura 7-15 – Contribuição das incertezas através da norma ASTM C1198-91 - CDP I-1B

(a) módulo de elasticidade (b) módulo de torção (c) coeficiente de Poisson

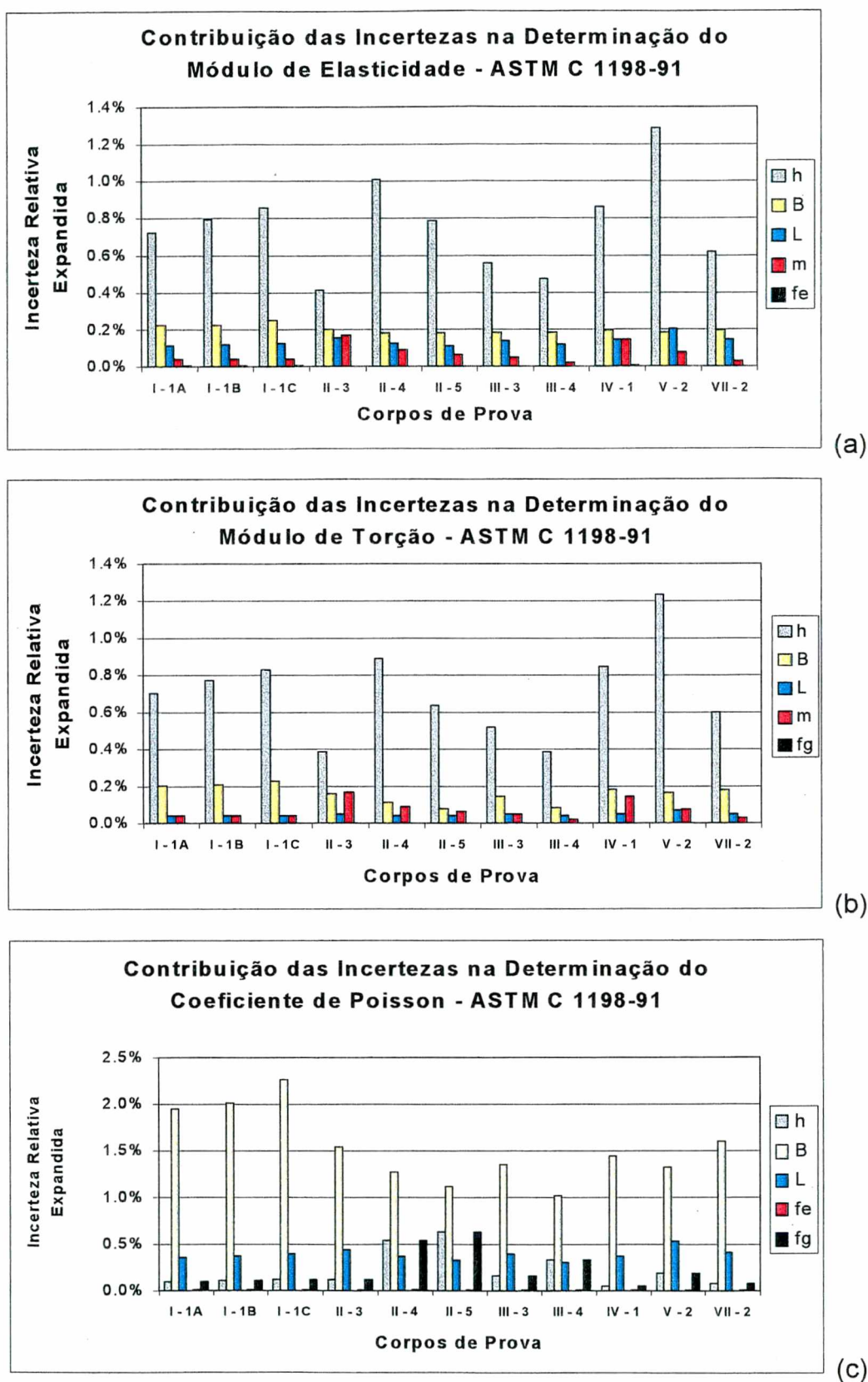


Figura 7-16 – Contribuição das incertezas - norma ASTM C1198-91.
 (a) módulo de elasticidade (b) módulo de torção (c) coeficiente de Poisson

Tabela 7-XIV – Caracterização do coeficiente de Poisson pelos algoritmos desenvolvidos – Algoritmo “X” – Algoritmo “C2” – Algoritmo “T”

Material	CDP	ν_X	U_{ν_X}	ν_{C2}	$U_{\nu_{C2}}$	ν_T	U_{ν_T}
Aço	I - 1A	0.266	± 0.004	0.268	± 0.004	0.268	± 0.003
Aço	I - 1B	0.264	± 0.006	0.275	± 0.004	0.266	± 0.004
Aço	I - 1C	0.265	± 0.006	0.273	± 0.006	0.264	± 0.003
Aço	II - 3	0.241	± 0.012	0.248	± 0.010	0.238	± 0.012
Aço	II - 4	0.259	± 0.027	0.266	± 0.031	0.255	± 0.021
Aço	II - 5	0.263	± 0.021	0.261	± 0.044	0.264	± 0.025
Al	III - 3	0.290	± 0.005	0.300	± 0.004	0.289	± 0.004
Al	III - 4	0.298	± 0.009	0.306	± 0.008	0.297	± 0.007
Al	IV - 1	0.288	± 0.004	0.297	± 0.004	0.289	± 0.004
Al	V - 2	0.279	± 0.004	0.286	± 0.004	0.278	± 0.003
Aço	VII - 2	0.227	± 0.004	0.234	± 0.004	0.226	± 0.004

A Figura 7-17, apresenta a contribuição de incertezas do coeficiente de Poisson do CDP I-1B para os algoritmos desenvolvidos neste trabalho. A codificação apresentada no gráfico (U_{v0} , U_{v1} , U_{v2} , U_{v3} , U_{v4} e U_v), corresponde a mesma codificação utilizada na equação (7-2).

Nota-se que no algoritmo “X” o fator que mais contribui para a incerteza, está relacionada com a repetitividade da imagem. Nos algoritmos “C2” e “T” há um equilíbrio entre a repetitividade de imagens, a componente aleatória de interpolação e a influência do ruído óptico associado a translação e ou rotação do plano de apoio do corpo de prova.

Durante todo o trabalho, a quantificação de qualquer grandeza, foi realizada pelo menos 5 vezes.

A Figura 7-18 corresponde à Figura 7-17, porém abrangendo todos os materiais ensaiados. A maior incerteza registrada está em torno 17 % encontrada no algoritmo “C2”. Nota-se que para o CDP I-1B a incerteza do coeficiente de Poisson tem a mesma ordem de grandeza detectada pela norma ASTM.

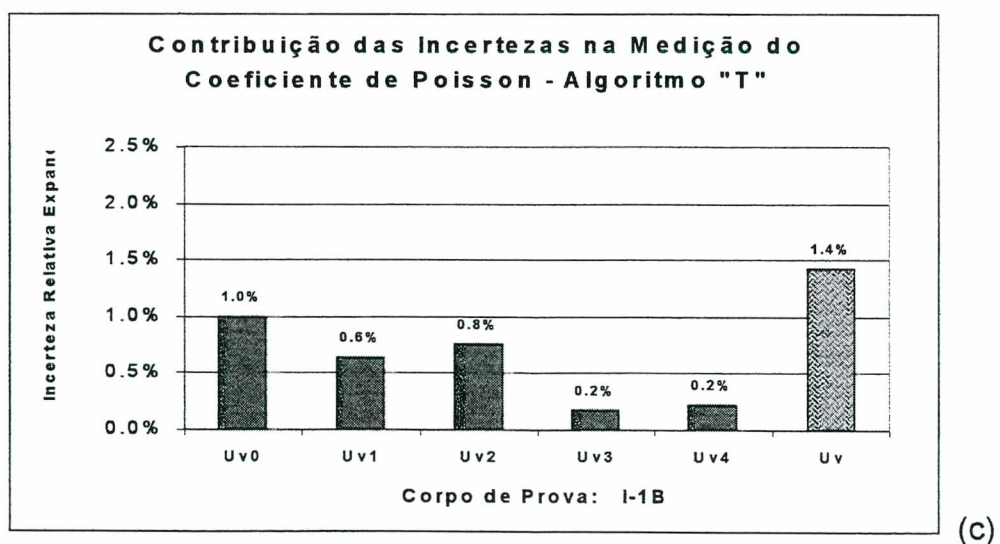
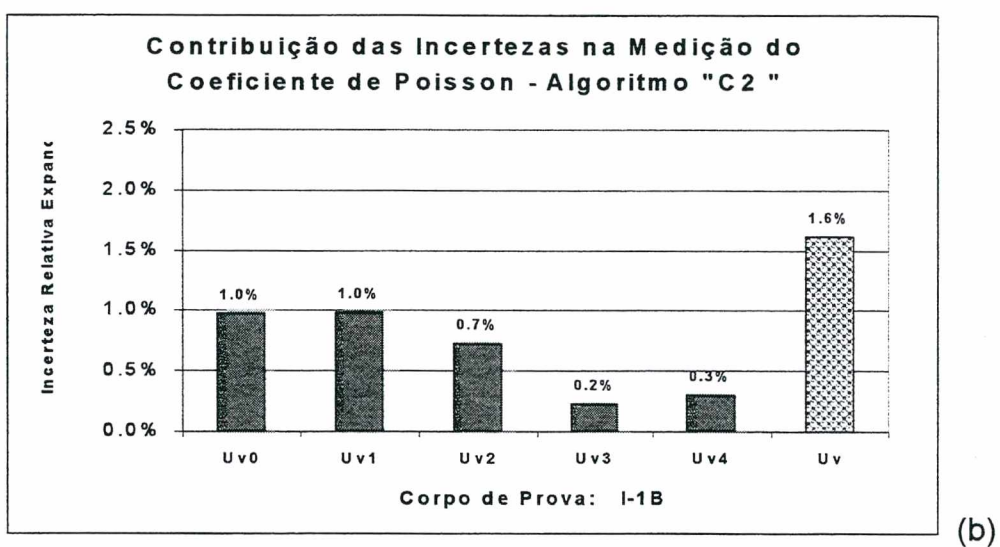
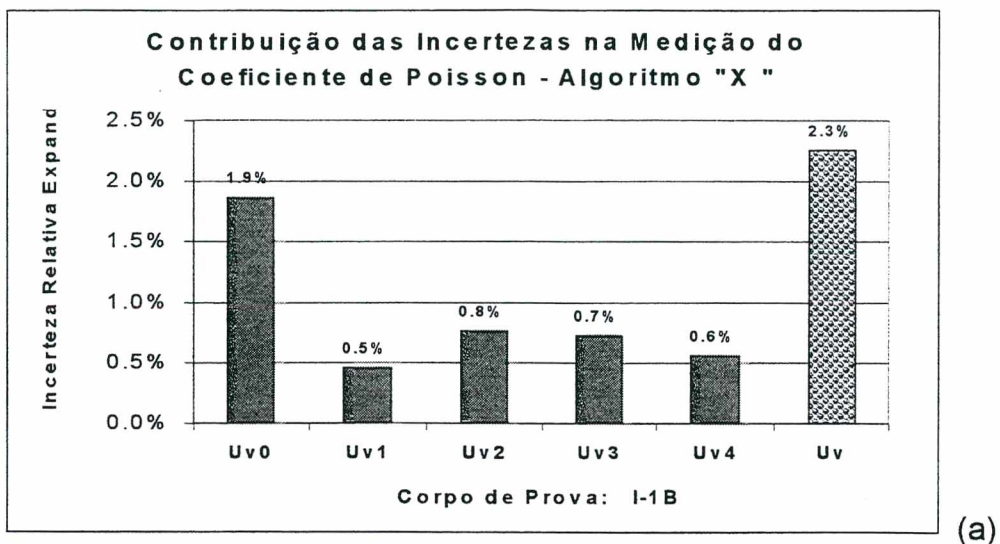


Figura 7-17 – Contribuição das incertezas na quantificação do coeficiente de Poisson – CDP I-1B (a) Algoritmo "X" (b) Algoritmo "C2" (c) Algoritmo "T"

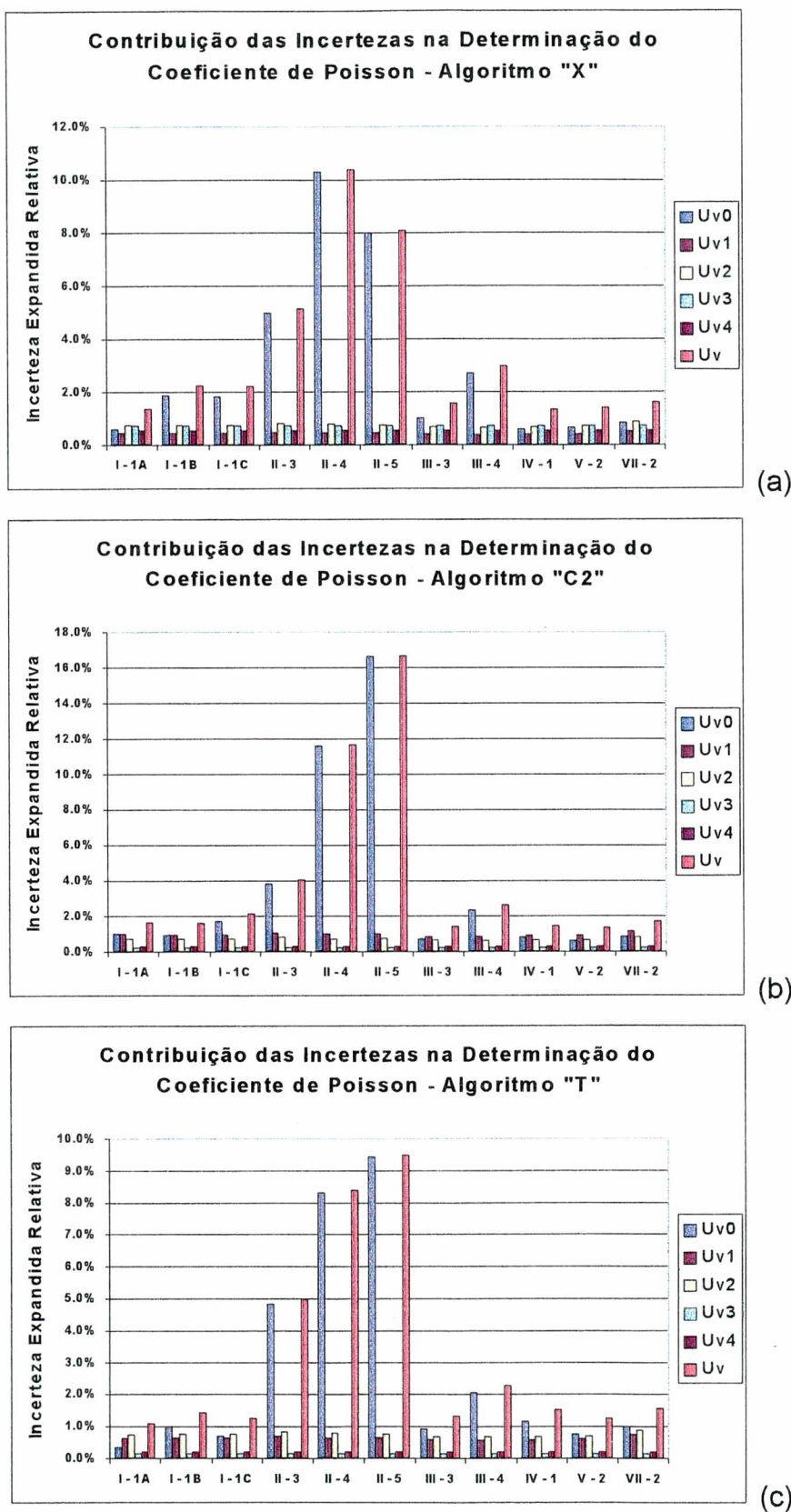


Figura 7-18 – Contribuição das incertezas na quantificação do coeficiente de Poisson.

(a) Algoritmo "X" (b) Algoritmo "C2" (c) Algoritmo "T"

Pode-se notar que a contribuição de incerteza determinada através do desvio padrão de repetidas imagens (U_{v_0}), é maior para os corpos de provas II-4 e II-5 nas medições realizadas pelos algoritmos. Acredita-se que o motivo mais provável desta incerteza estava na dificuldade de se conseguir um número de franjas suficientes para realizar uma boa medição devido a espessura dos objetos. A amplitude de vibração obtidas com estes objetos, em número de franjas, foi 4 e 6 respectivamente. Este fator não só interferiu na repetitividade das imagens, quanto na quantificação dos coeficientes de Poisson.

A Tabela 7-XV, apresenta a comparação da quantificação do coeficiente de Poisson entre a norma ASTM e os algoritmos estudados. Nesta tabela encontram-se os valores medidos e as respectivas correções entre os algoritmos e a norma. São apresentadas também nesta tabela as respectivas razões geométricas dos corpos de prova ensaiados.

Tabela 7-XV – Tabela comparativa do coeficiente de Poisson - ASTM e algoritmos estudados

CDP	Razões Geométricas			ASTM	Algoritmos Estudados					
	$\frac{L}{h}$	$\frac{L}{B}$	$\frac{B}{h}$	ν	ν_X	$\nu - \nu_X$	ν_{C2}	$\nu - \nu_{C2}$	ν_T	$\nu - \nu_T$
I - 1A	60.3	6.0	10.1	0.278	0.266	0.011	0.268	0.009	0.268	0.009
I - 1B	60.4	6.0	10.1	0.274	0.264	0.010	0.275	-0.001	0.266	0.008
I - 1C	60.3	5.9	10.1	0.265	0.265	0.000	0.273	-0.008	0.264	0.001
II - 3	20.4	3.7	5.5	0.302	0.241	0.061	0.248	0.054	0.238	0.064
II - 4	16.5	4.7	3.5	0.299	0.259	0.040	0.266	0.033	0.255	0.043
II - 5	12.4	4.7	2.7	0.303	0.263	0.040	0.261	0.042	0.264	0.038
III - 3	19.8	3.7	5.3	0.319	0.290	0.029	0.300	0.019	0.289	0.030
III - 4	12.5	4.7	2.7	0.352	0.298	0.055	0.306	0.046	0.297	0.056
IV - 1	59.8	3.7	16.0	0.354	0.288	0.066	0.297	0.057	0.289	0.065
V - 2	30.1	3.7	8.0	0.350	0.279	0.071	0.286	0.064	0.278	0.073
VII - 2	38.1	3.7	10.2	0.308	0.227	0.081	0.234	0.073	0.226	0.081

A Figura 7-19 representa graficamente os resultados de correções da Tabela 7-XV. Pode-se notar que em média os resultados das medições com holografia levaram a valores menores para o coeficiente de Poisson.

Os coeficientes de Poisson que mais se aproximaram dos resultados da norma foram os dos corpos de prova I-1A, I-1B e I-1C. Curiosamente não se sabe se esta conformidade é em função do tratamento térmico realizado nestes materiais, para garantir uma certa isotropia, ou se é devido as suas razões geométricas, consideradas ideais para os modelos matemáticos de placas finas e barras com comprimentos “infinitamente” grandes.

Uma vez que os corpos de prova I-1A, I-1B e I-1C são muito semelhantes, nota-se que a caracterização do coeficiente de Poisson apresenta resultados compatíveis.

Analisando os métodos, pode-se observar que o algoritmo “X” e “T” apresentam resultados compatíveis um em relação ao outro, assim como o nível de incertezas. Já o algoritmo “C2”, além de apresentar maior incerteza, apresenta valores de coeficiente de Poisson ligeiramente maior que os outros algoritmos. Por um outro lado, tende se aproximar um pouco mais aos valores da norma.

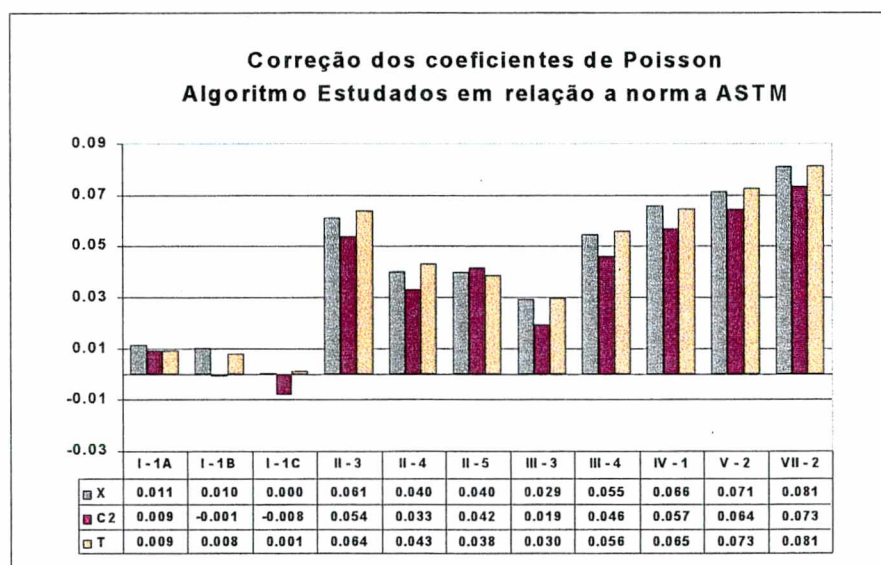


Figura 7-19 – Correção do coeficiente de Poisson dos algoritmos estudados em relação à norma a norma ASTM C1198-91.

A Figura 7-20 apresenta os resultados de correções da quantificação do coeficiente de Poisson em função do números de franjas medidos nas imagens dos objetos.

A Figura 7-21 apresenta os mesmos resultados de correções, em função das razões geométricas apresentadas na Tabela 7-XV.

Analisando estas figuras pode-se observar que não há uma tendência significativa das correções em função da amplitude de vibração, e nem das razões geométricas de B/h e L/h . Já para a razão L/B , há uma tendência aparente, causando a seguinte pergunta: - Será que quanto maior a razão do comprimento do objeto em relação a sua largura, menor é a correção dos algoritmos em relação a norma ?

Esta é uma pergunta que deve ser investigada. Ainda não é possível afirmá-la até o momento, pois os objetos I-1A, I-1B e I-1C, que apresentarem a melhor razão geométrica L/B , também são os materiais idealmente homogêneos.

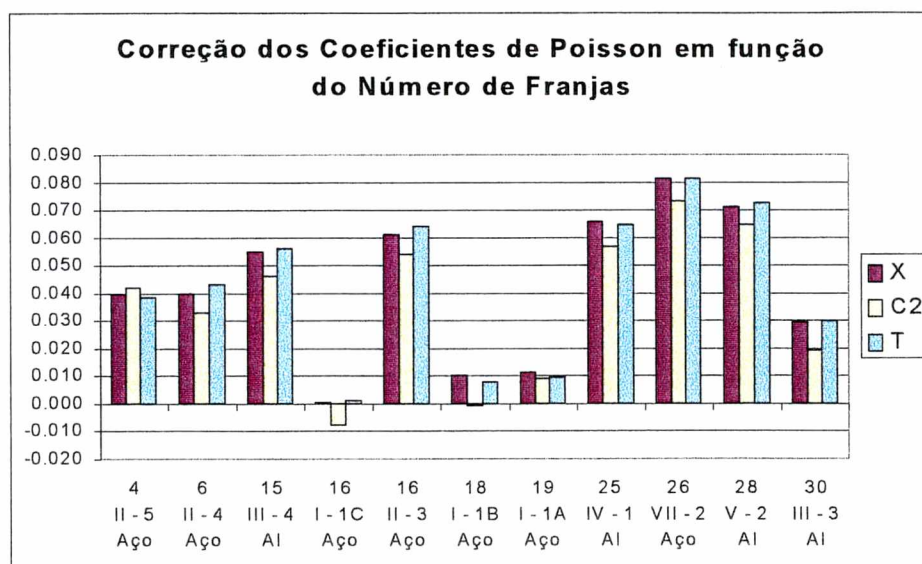


Figura 7-20 - Correção do coeficiente de Poisson dos algoritmos estudados em relação a norma ASTM C1198-91, em função da amplitude de vibração em número de franjas.

As diferenças nos resultados indicam a presença de um fator ainda não identificado neste trabalho e com expressiva influência nos resultados. Acredita-se que estas diferenças, estejam relacionadas com a não homogeneidade dos corpos de prova.

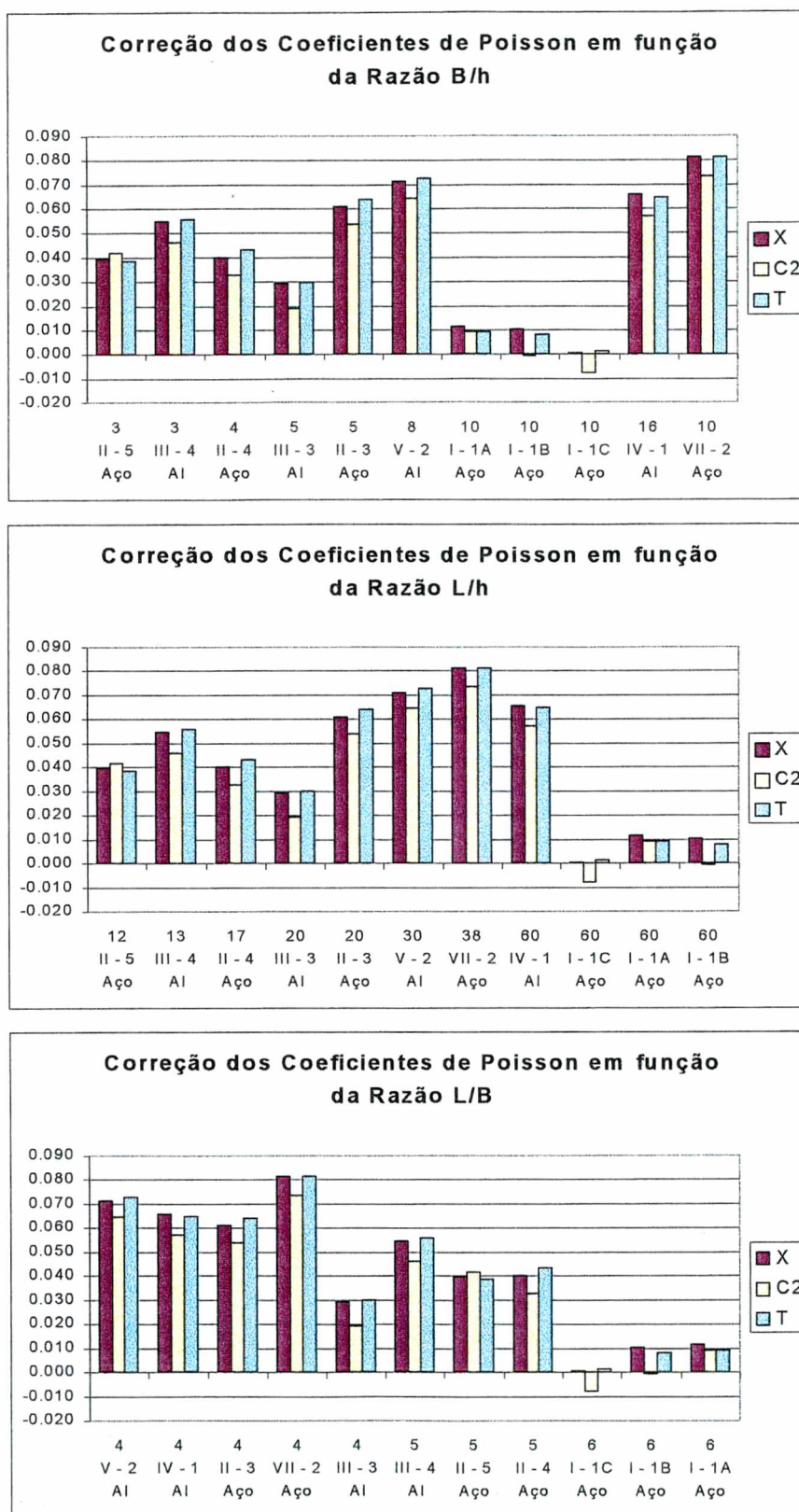


Figura 7-21 - Correção do coeficiente de Poisson dos algoritmos estudados em relação a norma ASTM C1198-91, em função das razões geométricas dos objetos

8 Conclusões

Os fatores que afetam a quantificação do coeficiente de Poisson pelos algoritmos estudados neste trabalho, foram divididos em três partes e estão apresentados nos capítulos 5, 6 e 7. O capítulo 5 apresenta as influências de contribuição de incertezas devido ao ajuste matemático dos modelos aos pontos de deslocamentos medidos. O capítulo 6 analisa a robustez dos modelos e atribui uma incerteza inerente aos algoritmos. E finalmente o capítulo 7 analisa as influências experimentais e apresenta os resultados de medição para os corpos de prova ensaiados.

A determinação do coeficiente de Poisson por holografia não depende das dimensões do corpo de prova, nem de sua massa específica e nem do comprimento de onda do laser usado. Depende pouco da frequência de ressonância, das distâncias entre os apoios e do resíduo de interpolação. Os experimentos mostraram que o fator que mais influencia ou contribui no balanço de incertezas, é a repetitividade das imagens, isto é, as variações encontradas quando imagens diferentes do mesmo corpo de prova são adquiridas para uma mesma condição de ensaio. Na montagem da bancada experimental, procurou-se tomar certos cuidados para que tais condições durante a aquisição das imagens fossem as mais estáveis possíveis, como por exemplo, garantir a estabilidade da frequência de excitação e do sincronismo do movimento com as aquisições de imagens.

Pelo balanço de incertezas recomenda-se investir na melhora da instrumentação utilizada. Um gerador de pulsos é imprescindível para uma boa sintonia da iluminação do laser com o movimento harmônico do objeto.

As diferenças nos resultados para os corpos de provas que não sofreram quaisquer tratamentos térmicos para garantir a sua homogeneização, indicam a presença de um fator ainda não identificado neste trabalho e com expressiva influência nos resultados, possivelmente relacionado com a não homogeneidade do material. Acredita-se que estas diferenças estão mais correlacionadas com a homogeneidade do material do que com a própria bancada experimental.

Para estes mesmos corpos de prova, as incertezas dos resultados obtidos pelos algoritmos são piores que as incertezas atribuídas aos resultados da norma.

Mais uma vez observa-se que a repetitividade das imagens é o fator predominante no balanço de incertezas. Estes resultados indicam a presença de um fator com expressiva influência nos resultados. Três hipóteses são levantadas: (1) Os modelos usados somente são válidos para materiais isotrópicos ? (2) As razões geométricas dos corpos de prova tem que ser rigorosamente respeitadas, como por exemplo $B/h > 6$? As normas ASTM^{[2], [3], [4], [6]} recomendam em média as dimensões dos corpos de prova como sendo: $B/h > 5$, $L/h > 10$ e $L/B > 5$. (3) A não homogeneidade do material faz com que as dispersões dos resultados sejam grandes?

Através da Figura 7-37 ou da Tabela 7-XV pode-se observar que estes corpos de prova não respeitam, em pelo menos um dos itens das referidas recomendações de razões geométricas.

Com os resultados obtidos e com a experiência adquirida com a bancada experimental, acredita-se na terceira hipótese como sendo a que mais contempla a provável causa das diferenças nos resultados dos coeficientes de Poisson, explicada por uma possível não homogeneidade das propriedades mecânicas do material ao longo do bloco de matéria prima de onde estes objetos foram retirados, apontando para uma possível anisotropia, ou mesmo em função da presença de fortes tensões residuais resultantes do processo de fabricação dos mesmos.

A determinação do coeficiente de Poisson a partir da medição do campo de amplitudes de vibração por holografia apresenta vantagens e desvantagens. Como aspectos positivos cita-se a praticidade, uma vez que não são necessárias medições indiretas da geometria, massa ou mesmo uma sintonia exata da frequências de ressonância. A aplicação de um campo sônico no corpo de prova pode ser feita sem dificuldade e a identificação da frequência de ressonância e o modo de vibração podem ser efetuadas por holografia de forma simples e visual. O cálculo do coeficiente de Poisson é, inclusive, independente do nível de vibração a partir de 15 franjas visualizadas, e não depende do comprimento de onda do laser. Estas características positivas apontam para uma possível redução na incerteza com que o valor do coeficiente de Poisson possa ser determinado. Quando há interesse somente de quantificar o coeficiente de Poisson, os algoritmos desenvolvidos têm uma grande vantagem sobre o procedimento da norma.

Outra grande vantagem é que com os algoritmos desenvolvidos basta uma configuração de ensaio para medição no primeiro modo de flexão, enquanto para o procedimento pela norma, são necessárias duas configurações de ensaio, uma para a frequência de ressonância à flexão e outra para a frequência de ressonância à torção.

O algoritmo “T” (interpolação pela equação do Timonshenko), apresentou menor incerteza e níveis compatíveis aos da norma ASTM C1198-91, considerando os corpos de prova ideais para a validação da técnica. A Figura 8-1, apresenta um gráfico comparativo dos valores de Poisson medidos pelos algoritmos desenvolvidos, pelo procedimento normalizado e respectivas incertezas de medição.

Os algoritmos “X” e “T” apresentam características semelhantes tanto em relação aos valores médios obtidos como na dispersão dos resultados. Há uma pequena vantagem do algoritmo “T” em relação ao algoritmo “X” em relação a incerteza calculada. Mas a grande vantagem do algoritmo “X” sobre o algoritmo “T” é a não necessidade que o corpo de prova esteja angularmente alinhado em relação à câmara de TV.

Já o algoritmo “C2”, apresenta maior dispersão e tende a apresentar um valor médio maior que os outros dois.

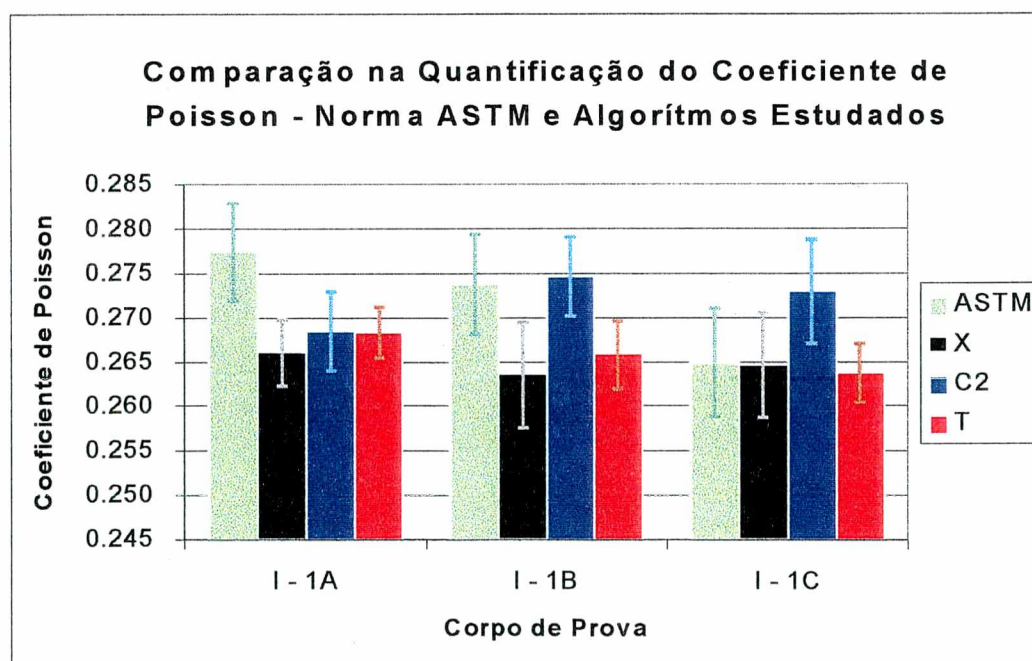


Figura 8-1 – Comparação do coeficiente de Poisson obtido pela norma ASTM C1198-91 e pelos algoritmos estudados - corpos de prova I-1A, I-1B e I-1C

Até o presente momento tudo que fora comentado e exposto, baseou-se na afirmação que o procedimento normalizado de ensaio, é um método de referência para a análise dos resultados. Certamente o modelo da norma não considera anisotropias e existência de tensões residuais. Dizer que os seus resultados contemplam as constantes elásticas de um material com estas características, pode representar um grave erro. Sendo assim, não se pode afirmar que os resultados obtidos estão errados, pois a mesma situação estaria acontecendo com os valores obtidos pela norma. Esta é uma condição que precisa ser investigada, mas que infelizmente está além do escopo deste trabalho.

Recomenda-se que para trabalhos futuros, seja verificada com maior profundidade as hipóteses mencionadas neste trabalho (modelo matemático aplicado somente para materiais isotrópicos, razões geométricas e homogeneização do material), que podem ser verificadas através de ensaios com corpos de prova com características geométricas bem definidas e material com homogeneidade bem definida.

Os algoritmos estudados sugerem a sua utilização para caracterização de materiais ortotrópicos e/ou anisotrópicos. A sua aplicação para materiais ortotrópicos pode trazer um grande benefício para a ciência, caso a sua caracterização seja através de um procedimento tão simples como o procedimento apresentado neste trabalho.

Acredita-se que os métodos descritos, contemplam a caracterização de materiais sinterizados, no estado “verde” somente injetado e no estado sinterizado. Do ponto de vista macroscópico um material sinterizado é considerado como sendo um material isotrópico. Por um outro lado, se estes métodos forem aplicados para materiais anisotrópicos, um grande benefício para a área de materiais sinterizados surge em função da facilidade caracterizar propriedades mecânicas em função da porosidade.

Anexos

Anexo A Campo de Deslocamento de Placas sob Vibração Harmônica com Bordas Livres

A.1 Equação Diferencial da Placa

O problema de vibrações em placas completamente livres, esquematizada na Figura A-1, tem uma rica história. O primeiro trabalho significativo retratado por Leissa^{[33], [34]}, foi escrito por Chladni em 1787, que examinava os padrões nodais em uma placa retangular.

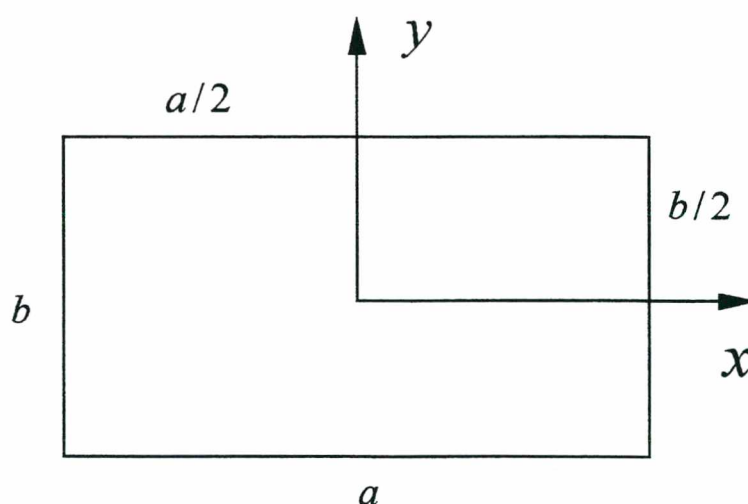


Figura A-1 – Placa com bordas livres

A equação diferencial clássica de movimento para deslocamento transversal de placas é dado por^{[17], [34]}:

$$D \nabla^4 w + \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$$

(A - 1)

$$D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}, \quad \text{é a rigidez à flexão}$$

(A - 2)

$h =$ espessura da placa

$L =$ comprimento da placa

$\rho =$ densidade por unidade de área da superfície da placa

$E =$ módulo de elasticidade

$\nu =$ coeficiente de Poisson

$\nabla^4 =$ operador Laplaciano $= \nabla^2 \nabla^2$

$t =$ tempo

Assumindo-se vibração livre, o movimento pode ser expresso como:

$$w = W \cos \omega t$$

(A - 3)

$\omega =$ frequência circular [rad / s]

$W =$ função das coordenadas (x, y), de deslocamento fora do plano da placa

Substituindo a equação (A - 3) em (A - 1), tem-se:

$$(\nabla^4 - k^4) W = 0$$

$$(\nabla^2 + k^2) (\nabla^2 - k^2) W = 0$$

(A - 4)

onde k é um parâmetro definido por: $k^4 = \frac{\rho \omega^2}{D}$

(A - 5)

Através da teoria de equações diferenciais lineares, a solução completa para a equação (A - 4), pode ser obtida pela superposição das soluções das equações:

$$\begin{aligned}\nabla^2 W_1 + k^2 W_1 &= 0 \\ \nabla^2 W_2 - k^2 W_2 &= 0\end{aligned}$$

(A - 6)

A.2 Função de Deslocamento Fora do Plano da Placa

Uma solução para placas retangulares, baseia-se no método de Rayleigh com funções de deflexões como o produto de funções de vigas:

$$W(x, y) = X(x) Y(y)$$

(A - 7)

$X(x)$ e $Y(y)$, são os modos fundamentais de vigas com a condição de contorno de placa

Estas funções satisfazem exatamente quase todas as condições de contorno para placas, exceto no caso de bordas livres, onde a condição de cisalhamento é aproximadamente satisfeita.

A equação (A - 7), pode ser resolvida pelo método clássico de Rayleigh-Ritz, para se obter resultados numéricos da função do campo de deslocamento, apresentada a seguir:

$$W(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_{m=0}^m \sum_{n=0}^n A_{m,n} X_m(\bar{x}) Y_n(\bar{y})$$

(A - 8)

$X_m(\bar{x})$ e $Y_n(\bar{y})$, são as funções de vigas livres expressa em termos normalizados ($\bar{x} = x/a$; $\bar{y} = y/b$), e sistema de coordenadas com origem no centro da placa conforme esquematizado na Figura A-1.

Desta forma as condições de contorno do problema e determinação da função do campo de deslocamento fora do plano, pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}X_m(\bar{x}) &= 1 & m &= 0 \\ X_m(\bar{x}) &= 2\bar{x} & m &= 1\end{aligned}$$

(A - 9)

$$X_m(\bar{x}) = \frac{\cosh(k_m \bar{x}) \cos(k_m \bar{x}) + \cos(k_m \bar{x}) \cosh(k_m \bar{x})}{\sqrt{\cosh^2(k_m) - \cos^2(k_m)}} \quad m = (2, 4, 6, \dots)$$

$$X_m(\bar{x}) = \frac{\sinh(k_m \bar{x}) \sin(k_m \bar{x}) + \sin(k_m \bar{x}) \sinh(k_m \bar{x})}{\sqrt{\sinh^2(k_m) - \sin^2(k_m)}} \quad m = (3, 5, 7, \dots)$$

(A - 10)

analogamente,

$$Y_n(\bar{y}) = 1 \quad n = 0$$

$$Y_n(\bar{y}) = 2 \bar{y} \quad n = 1$$

(A - 11)

$$Y_n(\bar{y}) = \frac{\cosh(k_n \bar{y}) \cos(k_n \bar{y}) + \cos(k_n \bar{y}) \cosh(k_n \bar{y})}{\sqrt{\cosh^2(k_n) - \cos^2(k_n)}} \quad n = (2, 4, 6, \dots)$$

$$Y_n(\bar{y}) = \frac{\sinh(k_n \bar{y}) \sin(k_n \bar{y}) + \sin(k_n \bar{y}) \sinh(k_n \bar{y})}{\sqrt{\sinh^2(k_n) - \sin^2(k_n)}} \quad n = (3, 5, 7, \dots)$$

(A - 12)

Os valores de k_m ou k_n , são as raízes das equações abaixo:

$$\begin{aligned} \tan(k_m) + \tanh(k_m) &= 0 & m = \text{par} \\ \tan(k_m) - \tanh(k_m) &= 0 & m = \text{impar} \end{aligned}$$

(A - 13)

A Tabela A - I apresenta uma lista de alguns termos de k_m , que são os autovalores de uma viga com as bordas livres.

Tabela A - I- Autovalores de uma viga livre

m	k_m	m	k_m
0	0.000000	1	0.000000
2	2.365020	3	3.926602
4	5.497804	5	7.068583
6	8.639380	7	10.210176
8	11.780972	9	13.351769

Anexo B Regressão Linear e Incertezas para Ajuste de Modelos

B.1 Modelos de Ajuste de Regressão

O método dos mínimos quadrados é tipicamente usado para estimar os coeficientes de regressão (ou parâmetros), em modelos de regressão linear múltipla.^[39] A forma matricial de interpolação é a mais simples e é de fácil implementação em algoritmos específicos.

Supondo a seguinte denominação:

$y =$ variável dependente ou resposta

$x_k =$ k variáveis independentes ou variáveis de regressão (x_1, x_2, \dots, x_k)

$$y = \phi(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k)$$

(B - 1)

A equação (B - 1) representa o modelo de regressão. Esta regressão deve ser um polinômio de ordem mais baixa possível, que represente ou aproxime uma função. Também é chamado de modelo empírico.

B.2 Modelo de Regressão Linear

O modelo de regressão linear múltipla pode ser escrito da seguinte forma:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon$$

(B - 2)

β_j são os parâmetros ou coeficientes de regressão de k variáveis
 $j = 0, 1, 2, \dots, k$ (x_1, x_2, \dots, x_k)

Este modelo descreve um hiperplano num espaço de k dimensões de variáveis de regressão $\{x_j\}$. Os parâmetros β_j representam a variação esperada na

resposta y , pela unidade de variação em x_j quando todas as outras variáveis permanecem constantes.

Modelos que são aparentemente mais complexos que aquele apresentado na equação (B - 2), podem ser freqüentemente reduzidos e analisados pela técnica de regressão linear, por exemplo o seguinte modelo:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon$$

(B - 3)

Pode ser reduzido, através de transformação de variáveis:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \varepsilon$$

$$\beta_3 = \beta_{12} \quad x_3 = x_1 x_2$$

(B - 4)

B.3 Estimativa dos Parâmetros de Regressão Linear

O método dos mínimos quadrados é tipicamente usado para estimar os coeficientes de regressão em um modelo de regressão linear múltipla.

Supondo $n > k$, tem-se n respostas para a variável y , ou seja: y_1, y_2, \dots, y_n . Para cada resposta observada y_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), tem-se uma observação da variável de regressão x_{ij} (i -ésima observação da j -ésima variável). Desta forma a equação (B - 2), pode ser rescrita:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_j x_{ij} + \dots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i$$

(B - 5)

Utilizando-se de notação matricial, pode-se escrever a equação (B - 5) da seguinte forma:

$$\{y\} = [X] \{\beta\} + \{\varepsilon\}$$

(B - 6)

$$\{y\} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad [X] = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix}, \quad \{\beta\} = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}, \quad \text{e} \quad \{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

(B - 7)

Geralmente $\{y\}$ é um vetor de observações ($n \times 1$), $[X]$ é uma matriz de níveis de variáveis independentes ($n \times p$), $\{\beta\}$ é um vetor dos coeficientes de regressão ($p \times 1$), e $\{\varepsilon\}$ é um vetor da componente aleatória de erros ($n \times 1$).

O vetor $\{\beta\}$ dos coeficientes de regressão pode ser estimado por mínimos quadrados, da seguinte forma:

$$\{\hat{\beta}\} = ([X]^T [X])^{-1} [X]^T \{y\}$$

(B - 8)

$\{\hat{\beta}\} =$ coeficientes de regressão estimado

$[X]^T =$ matriz transposta de $[X]$

Assim a equação (B - 6), pode ser rescrita da seguinte forma:

$$\{\hat{y}\} = [X] \{\hat{\beta}\}$$

(B - 9)

A diferença entre a observação real y_i e o correspondente valor ajustado \hat{y}_i é o resíduo, ou seja: $\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$.

B.3.1 Estimativa da Variância do Modelo de Regressão Linear

A estimativa da variância do modelo ajustado (\hat{y}) de regressão linear, pode ser escrito na seguinte forma:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_E}{n - p}$$

(B - 10)

$$SS_E = \{y\}^T \{y\} - \{\hat{\beta}\}^T [X]^T \{y\}$$

(B - 11)

$SS_E =$ é a soma dos quadrados dos resíduos

$n - p =$ grau de liberdade de medição, $n =$ número de observações e $p =$ número de coeficientes estimados

B.3.2 Estimativa da Incerteza do Modelo de Regressão Linear

A estimativa da incerteza expandida do modelo ajustado (\hat{y}), de regressão linear, pode ser escrito na seguinte forma:

$$U_y = t_{\frac{\alpha}{2}, n-p} \sqrt{\hat{\sigma}^2}$$

(B - 12)

$t_{\frac{\alpha}{2}, n-p}$ = coeficiente da distribuição t-student em função do nível de significância (α), e grau de liberdade $n - p$

B.3.3 Estimativa da Incerteza dos Coeficientes de Regressão

O método dos mínimos quadrados torna os coeficientes de regressão $\{\hat{\beta}\}$, uma combinação linear das observações normalmente distribuído com média $\{\beta\}$ e respectiva matriz de covariância. A matriz de covariância é definida como:

$$[\text{cov}\{\hat{\beta}\}] = \sigma^2 [[X]^T [X]]^{-1}$$

(B - 13)

Assim, a estimativa da incerteza expandida individual dos coeficientes de regressão, pode ser escrita da seguinte forma:

$$U_{\beta_j} = t_{\frac{\alpha}{2}, n-p} \sqrt{\sigma^2 C_{j,j}}$$

(B - 14)

$C_{j,j} =$ jj-ésimo elemento da matriz $[[X]^T [X]]^{-1}$

9 Referências Bibliográficas

- [1] Albertazzi Jr., A. G. - **"Aplicações da Holografia Eletrônica em Ambiente Industrial - Realidade & Perspectivas"** - CERTI / UFSC - Seminário Internacional de Metrologia para Controle da Qualidade, módulo 1, artigo 1, Ago. 21-22, 1997.
- [2] ASTM C 1198-91 - **"Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio for Advanced Ceramics by Sonic Resonance"** - ASTM - American Society for Testing Materials, 1991.
- [3] ASTM C 623-71 - **"Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio for Glass and Glass-Ceramics by Resonance"** - ASTM - American Society for Testing Materials, 1977.
- [4] ASTM C 747-93 - **"Standard Test Method for Moduli of Elasticity and Fundamental Frequencies of Carbon and Graphite Materials by Sonic Resonance"** - ASTM - American Society for Testing Materials, 1993.
- [5] ASTM E 111-82 - **"Standard Test Method for Young's Modulus, Tangent Modulus, and Chord Modulus"** - ASTM - American Society for Testing Materials, 1988.
- [6] ASTM E 132-86 - **"Standard Test Method for Poisson's Ratio at Room Temperature"** - ASTM - American Society for Testing Materials, 1986.
- [7] ASTM E 143-87 - **"Standard Test Method for Shear Modulus at Room Temperature"** - ASTM - American Society for Testing Materials, 1987.
- [8] Boettger, J. - **"Desenvolvimento de um Sistema Portátil para Medição de Tensões Residuais em Campo utilizando a Holografia Eletrônica e o Método do Furo"** - Dissertação de Mestrado, UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina, 1998.
- [9] Brown, G. C.; Pryputniewicz, R. J. - **"Experimental and Computational Determination of Dynamic Characteristics of Microbeam Sensors"** - SPIE - The International Society for Optical Engineering, v. 2545, p. 108-119, 1995.
- [10] Callister, W. D. - **"Materials Science and Engineering: An Introduction"** - John Wiley & Sons, USA, 4th edition, 1997.
- [11] Chambard, J. P.; Colon, E.; Smiegielski, P. - **"Application of Holographic and Speckle Interferometry in Industry"** - Fringe'97, s. 5, p. 520-523, 1997.

- [12] Christaras, B. - **"Determination of the Moduli of Elasticity of Rocks. Comparison of the Ultrasonic Velocity and Mechanical Resonance Frequency Methods with Direct Static Methods"** - Materials and Structures / Materiaux et Constructions, v. 27, n. 168, p. 222-228, May., 1994.
- [13] D'Evelyn, M. P. - **"Elastic Properties of Cvd Diamond via Dynamic Resonance Measurements"** - Mechanical Behavior of Diamond and Other Forms of Carbon Materials Research Society, Proceedings v. 383, p. 115-120, 1995.
- [14] Dally, J. W.; Riley, W. F. - **"Experimental Stress Analysis"** - McGraw-Hill, USA, 3rd edition, 1991.
- [15] Di Chirico, G. - **"Holographic Investigation Into The Mechanical Behaviour Of Engineering Ceramics"** - Strain, v 29, n 3, Aug 1993. p 79-82, 1993.
- [16] Di Chirico, G.; Rossi, R. - **"Holographic Evaluation Of Elastic Constants"** - American Ceramic Society Bulletin, v 73, n 9, Sep 1994. p 105-107, 1994.
- [17] Dym, C. L.; Shames, I. H. - **"Solid Mechanics: A Variational Approach"** - Clark, B.J. - McGraw-Hill, USA, 1973.
- [18] Fantin, A. V.; Veiga, C.; Albertazzi Jr., A. G.; Hrebabetzky, F. - **"Topogrametry: A Pratical Tool for Geometrical Modelling"** - IFAC - International Federation of Automatic Control, IMS'98 - Intelligent Manufacturing Systems, p. 381-386, nov. 9-11, 1998.
- [19] Gascon, F. - **"Procedure for Calculating Through Laser Speckle Interferometry the Elastic Constants of Isotropic Materials"** - Optics Communications, v. 123, n. 4-6, p. 734-742, Feb. 1, 1996.
- [20] Gasvik, K. J. - **"Optical Metrology"** - John Wiley & Sons Ltd., England, 2nd edition, 1995.
- [21] Gibra, I. N. - **"Probability and Statistical Inference for Scientists and Engineers"** - Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1989.
- [22] Griffiths, T. J.; Ghanizadeh, A. - **"Determination of Elastic Constants for Porous Sintered Iron Powder Compacts"** - Powder Metallurgy, v. 29, n. 2, p. 129-133, 1986.
- [23] Hayden, W.; Moffatt, W. G.; Wulff, J. - **"Propriedades Mecánicas"** - Rodríguez, M.V. - Editorial Liumusa-Wiley, México, 1968.

- [24] Hess, P. - **"Laser Diagnostics of Mechanical and Elastic Properties of Silicon and Carbon Films"** - Applied Surface Science, v. 106, p. 429-437, Oct. 2, 1996.
- [25] Höfling, R. - **"Combined Theoretical and Experimental Methods in Materials Mechanics"** - SPIE - The International Society for Optical Engineering, 1998.
- [26] INMETRO - **"Vocabulário Internacional de Metrologia: Preâmbulo da Versão Brasileira"** - Ministério da Indústria, do Comércio e do Turismo - Portaria no. 29 de 10 de Março, 1995.
- [27] ISO; BIPM; IEC; IFCC; IUPAC; IUPAP; OIML - **"Guia para Expressão da Incerteza de Medição"** - INMETRO;ABNT;SBM - Programa RH-Metrologia / PADCT-TIB, 1ª. Edição Brasileira do "Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement", 1997.
- [28] Kaneko, T. - **"Relation Between Flexural Resonant Frequencies of Rectangular Beams and Young's Modulus"** - Journal of Non-Crystalline Solid, v. 21, p. 435-439, 1976.
- [29] Kapp, W. A. - **"Otimização do desempenho Metrológico do Sistema de Medição Estação Holográfica"** - Dissertação de Mestrado, UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina, 1997.
- [30] Kirkwood, W. F. - **"Mechanical Properties and Science of Engineering Materials"** - Chapter 4 - **"Handbook of Mechanical, Materials, and Structures"** - Blake, A. - John Wiley & Sons, USA, 1985.
- [31] Kobayashi, A. S. - **"Handbook on Experimental Mechanics"** - Prentice-Hall, USA, 2nd edition, 1996.
- [32] Lai, T. C. - **"Determination of Elastic Constants of a Generally Orthotropic Plate by Modal Analysis"** - Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis, v. 8, n. 1, p. 15-33, Jan., 1993.
- [33] Leissa, A. W. - **"The Free Vibration of Rectangular Plates"** - Journal of Sound and Vibration, v. 31, n. 3, p. 257-293, 1973.
- [34] Leissa, A. - **"Vibration of Plates"** - Acoustical Society of America / American Institute of Physics, USA, 1993.
- [35] Lopes, E. M. d. O. - **"Um Estudo da Precisão do Método da Viga Vibrante aplicado à Determinação das Propriedades Dinâmicas de Elastômeros"** - Dissertação de Mestrado, UFSC - Universidade Federal de Santa Catarina, 1998.

- [36] Maftoun, W. R. E. - **"Comparação de Fórmulas para o Cálculo de Incerteza da Medição"** - II SEMETRO - 2º. Seminário Internacional de Metrologia Elétrica, Curitiba / Paraná - BR, p. 324-328, 1996.
- [37] Mandel, J. - **"The Statistical Analysis of Experimental Data"** - Dover Publications, New York, USA, 1984.
- [38] Marchand, V.; Authesserre, J.; Pouyet, J.; Bacon, C. - **"Determination of the Elastic Constants of Materials, in the Form of Plates, by a Free Vibration Method"** - Journal of Sound and Vibration, v. 194, n. 4, p. 497-512, Jul. 25, 1996.
- [39] Montgomery, D. C. - **"Design and Analysis of Experiments"** - John Wiley & Sons, USA, 4th edition, 1997.
- [40] Nishida, S.; Oshida, Y.; Iwata, K. - **"Measurement of Poisson's Ratio from Displacement Distribution Obtained by a Speckle Interferometer"** - IMEKO - International Measurement Confederation, v. IXa, p. 19-25, 1-6 Jun., 1997.
- [41] Otani, Y.; Okuhara, N.; Yoshizawa, T. - **"Measurement of Nonoptical Surfaces for Determination of Poisson's Ratio by Oblique Incidence Interferometry"** - SPIE - The International Society for Optical Engineering, v. 37, n. 1, p. 261-265, Jan., 1998.
- [42] Pickett, G. - **"Equations for Computing Elastic Constants from Flexural and Torsional Resonant Frequencies of Vibration of Prisms and Cylinders"** - ASTM - American Society for Testing Materials, v. 45, p. 846-865, 1945.
- [43] Press, W. H.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T.; Flannery, B. P. - **"Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing"** - Cambridge University Press, New York, NY, USA, 2nd. edition, 1992.
- [44] Ravnborg, E. - **"Determination of Elastic Constants of Alumina Using Ultrasonic Measurements"** - Metallurgy and Materials Science, 11th Riso International Symposium, p. 477-482, Sep 3-7, 1990.
- [45] Rybicki, E. F. - **"Cantilever Beam Method for Evaluating Young's Modulus and Poisson's Ratio of Thermal Spray Coatings"** - Journal of Thermal Spray Technology, v. 4, n. 4, p. 377-383, Dec., 1995.
- [46] Sakane, M.; Ohnamir, M.; Hashimoto, K.; Yoshida, T. - **"Young's Modulus of Pure Cr Thin Film by Three-Points Bending and Free Vibration Methods"** - International Conference on Advanced Technology in Experimental Mechanics, ATEM' 97, p. 349-354, 1997.

- [47] Sakata, M.; Kimura, K.; Mizunumz, A. - **"Measurement of Elastic Moduli from the Impact Sound of Engineering Ceramics and Composites at Elevated Temperatures"** - Journal of the American Ceramic Society, v. 78, n. 11, p. 3040-3044, Nov., 1995.
- [48] Schereiber, E.; Anderson, O. L.; Soga, N. - **"Elastic Constants and Their Measurement"** - McGraw-Hill, NY, 1973.
- [49] Schwider, J. - **"State of the Art in Evaluation Techniques for Interferometry"** - Fringe'97, s. 1, p. 27-36, 1997.
- [50] Spinner, S.; Reichard, T. W.; Tefft, W. E. - **"Comparison of Experimental and Theoretical Relations Between Young's Modulus and the Flexural and Longitudinal Resonance Frequencies of Uniform Bars"** - Journal of Research of the National Bureau of Standards, v. 64A, n. 2, p. 147-155, Mar.-Apr., 1960.
- [51] Spinner, S.; Tefft, W. E. - **"A Method for Determining Mechanical Resonance Frequencies and for Calculating Elastic Moduli From these Frequencies"** - ASTM - American Society for Testing Materials, v. 61, p. 1221-1238, 1961.
- [52] Spinner, S.; Valore Jr., R. C. - **"Comparison of Theoretical and Empirical Relations Between the Shear Modulus and Torsional Resonance Frequencies for Bars of Rectangular Cross Section"** - Journal of Research of the National Bureau of Standards, v. 60, n. 5, p. 459-464, May., 1958.
- [53] Suterio, R.; Albertazzi Jr., A. G. - **"Comparação entre Extensometria e Holografia Eletrônica na Medição de Deformações em Peças Submetidas à Vibração Harmônica"** - I Congresso Ibero-americano de Acústica / I Simpósio de Metrologia e Normalização em Acústica e Vibração, Anais, p. 643-646, Abr. 6-8, 1998.
- [54] Suterio, R.; Albertazzi Jr., A. G. - **"Determinação de Constantes Elásticas de Materiais através da Holografia Eletrônica associada ao Método da Frequência de Ressonância Mecânica"** - Rosário / Argentina, V Congresso Ibero-Americano de Metalurgia, Set. 14-18, (Jornadas SAM'98 IBEROMET V), 1998.
- [55] Tefft, W. E.; Spinner, S. - **"Torsional Resonance Vibration of Uniform Bars of Square Cross Section"** - Journal of Research of the National Bureau of Standards, v. 65 A, n. 3, p. 167-171, May-Jun., 1961.
- [56] Timoshenko, S. P.; Goodier, J. N. - **"Theory of Elasticity"** - McGraw-Hill, USA, 3rd edition, 1970.

- [57] Van Vlack, L. H. - **"Princípios de Ciência e Tecnologia dos Materiais"** - Monteiro, E. - Editora Campus, RJ, 5ª edição, 1984.
- [58] Vollesen, J. H. - **"Quantitative Vibration Data with Time Average ESPI and PC-Based Image Processing"** - SEM - Society of Mechanical Engineering, Hologram Interferometry and Speckle Metrology, Nov. 5-8, 1990.
- [59] Wang, Y.; Liu, Y.; Wang, M.; Fu, S. N. - **"Laser Measurement of Rock Elasticity Parameters"** - Chinese Journal of Lasers, v 20, n 8, Aug 1993. p 572-576, 1993.
- [60] Yongmei, L.; Yi, H.; Fuming, C.; Mitchell, T. E.; Wadley, H. N. G. - **"Elastic Properties of Laminated Calcium Aluminosilicate/Silicon Carbide Composites Determined by Resonant Ultrasound Spectroscopy"** - Journal of the American Ceramic Society, v. 80. n. 1, p. 142-148, Jan., 1997.
- [61] Young, W. C. - **"Roark's Formulas for Stress & Strain"** - McGraw-Hill, USA, 6th edition, 1989.
- [62] Yu, C. J.; Henry, R. J.; Prucher, T.; Parthasarathi, S.; Jo, J. - **"Resonant Frequency Measurements for the Determination of Elastic Properties of Powder Metallurgy Components"** - SPIE - The International Society for Optical Engineering, 1990.
- [63] Yu, C. J.; Prucher, T. - **"Measuring Young's Modulus and Shear Modulus - A Comparison of Dynamic and Mechanical Techniques"** - Advances in Powder Metallurgy & Particulate Materials, Proceeding, p. 273-286, 1993.